RUKOVOD
za Geometriju

KNJIŽNICA ZA UČITELJE.

IZDAJE

HRVATSKI PEDAGOGIJSKO-KNJIŽEVNI ZBOR.

KNJIGA XXXVI.

RUKOVOĐ

ZA

GEOMETRIJSKU OBUKU.

U ZAGREBU.

KNJIGOTISKARA C. ALBRECHTA (JOS. WITTASEK)

1899.

RUKOVOĐ

ZA

GEOMETRIJSKU OBUKU

U

NIŽIM I VIŠIM PUČKIM ŠKOLAMA

SASTAVIO

SIMEON KONČAR,

RAVN. UČITELJ U OTOČCU.

U ZAGREBU.

NAKLADA HRV. PEDAGOGIJSKO-KNJIŽEVNOGA ZBORA.

1899.

SVOJIM MILIM UČENICIMA

POSVEĆUJE

PISAC.

Predgovor.

Ovim listovima, na kojima sam ispisao cjelokupnu metodiku geometrijske obuke u pučkim školama, nakan sam učiniti malu uslugu našoj pučkoj školi. Starao sam se pri tom, da slog ne bude odviše prostran, a da opet kažem sve, što treba da imade na umu učitelj geometrije u pučkim školama.

Samo se po sebi razumijeva, da sam morao zasebno pisati o geometrijskom crtanju, kao zasebnoj grani geometrijske obuke, koju valja njegovati u našim višim pučkim školama.

U VI. odjeljku dao sam za svaki razred i niže i više pučke škole po jedan ili dva primjera označivši u krupnim potezima, kako bi od prilike trebalo da teče obuka.

Od djela, koja sam upotrebio pri izrađivanju ovoga spisa, najznatnija su: Kraus, Methodik des Unterrichtes in der Geometrie; Kehr, Ge

schichte der Methodik; Diesterweg, Wegweiser; Kehr, Praktische Geometrie; Fialkovski, Zeichnende Geometrie; zatim djela Freseniusa, Kaselitza, Močnika i drugih.

U Otočcu 22. studenoga 1898.

Simeon Končar
ravn. učitelj.

I. Znamenitost geometrije.

1. Geometrija je nauka, koja se bavi prostornim tvorinama i njihovim svojstvima. Ona istražuje poglavito oblik, svojstva i veličinu tih tvorina. U prirodi je dakle geometrije, da utječe na promatranje. A to je utjecanje u uzgojnome pogledu veoma plodonosno. Istina da čovjek još u svom djetinjstvu dobije neke predodžbe o prostoru i oblicima prostornih tvorina, ali su te predodžbe većim dijelom mutne, jer je s oblikom združena i boja, tvarina, težina, itd.

Neosporno je, da su jasne i razgovetne predodžbe o prostornim tvorinama veoma potrebne čovjeku i za obični život. A takove može dati samo nauka, ili drugima riječima, takove predodžbe mogu se dobiti samo onda, ako se prostorne tvorine točno promatraju, i ako se ono, što se točno spoznalo, umije zaodjeti u pristojnu odoru govora. Da je tomu tako, uči nas svakidašnje iskustvo, koje nam eklatantno svjedoči, da je većina ljudi kod bistrih očiju sasvim slijepa, a kod jasna govora potpuno nijema. Toj velikoj nevolji ljudskoj u velike pomaže geometrija sistematičnim upućivanjem u točnome promatranju i shvaćanju prostornih tvorina. Ona, kao što veli Fresenius, tumači biće vaselene. Pa ako svakolika obuka teži za obrazivanjem, t. j. nastoji razviti ljudske sposobnosti, da shvate i sebe i vaselenu, tada je prostornost jedna strana vaselene, a geometrija dobiva svoje mjesto kao pomoćna disciplina prirodnih nauka. Ona je istina samo jedan član, ali upravo zbog toga organski član cjelokupne obuke.

Osim toga razvija geometrija razum i nagoni na

razmišljanje. Nijedna nauka nema tolike snage za razvijanje mišljenja i razuma kao upravo geometrija, jer njezine istine ne stoje same za se, nego su jedna za drugu vezane, jedna se oslanja na drugu, jedna se bez druge ne može ni pojmiti ni u glavi zadržati. A sve skupa, mogli bismo reći, sačinjavaju nepretrgnut lanac, i ako je koja karika slaba ili ća prekinuta, lanac se trga i znanja nestaje, a čovjek se gubi u tmini. Istine geometrijske moraju se dakle razumjeti, mora se poznavati uzročna sveza, koja postoji među njima, i onda tek mogu postati svojina našega duha. Nije n. pr. dosta, da se znade proračunati površina trokuta, ako se podnica pomnoži polovicom visine, nego se mora znati, zašto se podnica množi upravo polovicom, a ne cijelom visinom. Da se istine geometrije moraju potpuno razumjeti, znadu vrlo dobro učenici, jer oni, koji ih na pamet uče, zaborave ih vrlo brzo i to tako, kao da nigda za njih nijesu ni znali.

Geometrija je uz računicu jedina nauka, koja isto toliko pazi na apstrakciju, kao što neprestano zanima razum. Ni u jednoj nauci ne vlada takova zakonska strogost u logičnom zaključivanju kao upravo u geometriji, niti se ijedna može ponositi takovom istinitošću izvodaka i razgovetnošću činjenica.

Jedan jedini i po sebi jednostavni zadatak sadrži u sebi čitav niz problema, koji se moraju razriješiti prije, nego se do cilja doći može, a koji čovječji duh nagone, da bude priseban i da pomno razmišlja, kako će riješiti zadaću. N. pr. nepravilni peterokut treba pretvoriti u četvorinu. Moramo ga najprije pretvoriti u četverokut, a ovaj u trokut, ovaj u pravokutnik, pa tek ovaj u četvorinu. Mogao bi se trokut mahom pretvoriti u četvorinu, ali među njima nema one prirodne veze kao što među četvorinom i pačetvorinom. Tek poslije mogu djeca pojmiti taj skok.

I moralni uzgoj ima u geometriji dobar oslonac. Ona razvija čuvstvo za istinu, temeljitost i red, daje čovjeku sigurnost u suđenju i zaključivanju, jedrinu i stalnost u životu (Kehr). Vježbanje u što strožijem logičnome mišljenju jača čuvstvo za istinu i pravdu, jer svaki korak, kojim se može razabrati istina od neistine, neprestano navikavanje na duboko mišljenje ojačava u nepokvarena učenika sposobnost i želju, da i u životu spoznaje i brani pravdu (Reidt).

Svaka spoznaja geometrijskih istina proizvodi ljubav k istini, a iz toga proizlazi jaka i stalna volja, koja se naročito ogleda u istrajnom i plodnom radu. Ako išta može utjecati na karakter čovjekov, zaista utječe radnja, koja je u nužnoj svezi s geometrijskom obukom, a to je geometrijsko crtanje, različne zadaće, izrezivanje i sklapanje tjelesa od papira i drveta, jer ta se radnja ne može izvoditi kakogod, nego se mora paziti na najveću čistoću točnost u izvođenju. Kao što vidimo sve sama svojstva, kakva bismo željeli vidjeti u čovjeka.

Još je od veće znamenitosti, naročito geometrijsko crtanje, za razviće estetičnoga čuvstva. Već time, što se mora paziti na najveću čistoću geometrijskih crteža, i što se moraju crtati s najvećem pažljivošću i točnošću, ima geometrija udjela u razviću estetičnoga čuvstva. Ali ona utječe živo i neposredno harmonijom i razmjernošću, koje su glavne osobine ljepote i glavna svojstva geometrijskih likova, naročito geometrijskoga ornamenta, te gramatike svegakolikoga crtanja.

I mašta imade obilna gradiva za razviće u geometrijskim oblicima, jer su oni takove prirode, da se dadu skladati u najrazličnije ornamente. To su jasno dokazali Sloveni i Arapi, koji su stvorili gotovo nepreglednu množinu što prostih, što vrlo složenih geometrijskih ornamenata.

2. Osim te uzgojne vrijednosti imade geometrija i praktičnu, i to u dvostrukome pravcu. U jednu ruku od pomoći je cjelokupnoj nastavi, a u drugu od vrlo velike je potrebe ljudima u svakidašnjem životu.

U prvom redu pomaže obuci u jeziku zahtijevajući da govor bude kratak, potpun i razgovetan. S računstvom je u neprestanom dodiru. Mnoge stvari u geometriji (razmjernost likova, površina, usebina) ne dadu se preduzimati bez računice, a mnoge stvari u računici (desetični sustav, obični i desetinski česnici itd.) mogu se jasnije predočiti samo s pomoću geometrije.

Isto je tako geometrija u neprestanoj svezi s prostoručnim crtanjem. Niža pučka škola crta samo geometrijske likove i ornamente, poznije se biljevni ornamenti i drugi crteži svode na geometrijske oblike; i tek se tada crtaju i docrtavaju. Inžinirski, peršpektivni, itd. crteži mogu se zgotoviti samo s pomoću geometrije.

Kao što u crtanju, tako se i u prirodnim naukama i u geografiji oblici biljevni i slike zemalja svode na geometrijske likove, da se lakše utuve. A već fizika mora se vrlo često služiti ne samo računicom nego i geometrijom kod dokazivanja i utvrđivanja svojih zakona.

I statistika rado upotrebljava geometrijske likove, ponajčešće četvorine, da zorno predoči svoje brojeve.

3. Kao što rekosmo geometrija je ljudima i u svakidašnjem životu od vrlo velike vrijednosti. Što su se znanosti više razvijale, to su sve više ulazile u život, ali nijedna još od najdavnijih vremena nije našla tolike primjene u životu kao geometrija s računicom. Ona je potrebna i stručnjaku i laiku, i seljaku i šumaru, da o neimarima i inžinirima i ne govorimo. Upravo je zanatnik prenio matematične znanosti u svakidašnji život. On ih treba kao svakidašnji kruh, bez njih i nije zanatnik no šeprtlja. Zidaru, koji mora znati usebinu zida, da može pripraviti dovoljnu količinu kamena i ostaloga materijala; bačvaru i kleparu, koji moraju znati, kolika će biti bačva i posuda, što je prave; kovaču i bravaru, mašinisti i staklaru i mnogim drugim zanatnicima od prijeke je potrebe geometrija. Vrlo je malo zanatnika, kojima ne bi bila potrebna, pa ako je nijesu naučili u školi, uče je kod svoga majstora. A što je bolje znadu, bolji su i majstori, jer im nacrt više kaže, nego tovar riječi. Pravi majstor pravi sebi nacrte, i time zašteđuje i vrijeme i novac i materijal, a izrađuje svoje stvari i brže i bolje i ukusnije.

I samomu poljodjelcu više je puta od potrebe, da znade, kolika mu je zemlja, koliki prirod može dati, koliko iznosi trošak oko nje i da li se isplati itd.

Pa i drugim se ljudima desi toliko puta prilika u životu, da moraju uzeti olovku u ruku i načiniti kakav geometrijski nacrt.

Švalja i vezilja moraju imati bar ono znanje iz geometrije, što ga daje osnovna škola. U tom su pogledu na osobitom glasu seljakinje vezilje u slovenskih naroda, koje su s vještinom, koja mora svakoga zadiviti, upotrebljavale svakovrsne geometrijske likove u svom vezu i u sastavljanju svojih raznovrsnih ornamenata. Divljenje naše u toliko je veće, što slovenska seljakinja vezilja niti je imala niti i dan današnji ima pojma o geometriji i njenim likovima, a svoje je krivuljice, prekršće, jabučice, slovca, kolca, urezače, itd. izradila i izrađuje s najvećom geometrijskom točnošću.

Radi tolike znamenitosti, koju ima geometrija, ušla je ona u škole već u najstarija vremena kao najjači faktor ljudske obrazovanosti. Ali joj time još nije dana potpuna čast, koja joj pripada kao nauci, od koje čovječanstvo imade i može imati tolike koristi. Tek onda, kad bude rado viđana u seljakovoj kolibi, kao što i u gospodskoj palači, slavit će svoj triumf, pa će tek onda ljudstvo imati od nje onoliku korist, koliku je samo ona može dati.

II. Povjest obuke u geometriji.

A) Pristup.

1. Geometrija je takova nauka, kojom se čovjek mahom u prvima počecima svog kulturnoga života koristio upotrebljavajući njezine oblike u umjetnosti kao nakit raznovrsnih stvari, ili tražeći u nje savjeta i upute, kako da svoj život bolje udesi. Svi su se stari kulturni narodi bavili i bili su prinuđeni, da se bave geometrijom, jer inače ne bi bili mogli izvesti svojih veličanstvenih građevina, niti bi bili onako vješti astronomi i zemljemjeri, kakvi su n. pr. bili Indi, Misirci i Kaldejci.

Geometrija tih naroda osnivala se poglavito na iskustvu. Tek Grci naročito Jonjani, stvoriše znanstvenu geometriju. Njihovi učeni ljudi, ili kako ih oni nazivahu filozofi, odlažahu u Misir i u Indiju, da se potanko upoznadu s naukom u tim zemljama. Vrativši se u svoju domovinu složili su geometriju u sustav i strogo znanstvenim putem dalje su je razvijali. Tales iz Mileta i Pitagora prvi su grčki učenjaci, koji su se time bavili. (Pitagorin poučak.) Grci su toliko zamilovali geometriju, da je na Platonovoj učionici stajao natpis: Neka nitko ne ulazi, tko se nije bavio geometrijom.

Hipokrat iz Chiosa napisao je prvu knjigu o geometriji, ali Euklidova „Počela matematike“ najsjajniji su spomenik grčkoga oštroumlja. Na osnovi nekoliko

aksioma. (Jednako dodano jednakomu daje jednako; što se pokriva, to je jednako; cjelina je veća nego njezin dio; itd.) nižu se dokazi jedan za drugim u strogo logičnom nizu tako, da nijedan poučak ne dolazi prije, no što je dokazan onaj, koji mu je podlogom. U tom je Euklidova knjiga uzor sistematičnosti, umjetnina prvoga reda, ali na žalost bez ikakve zornosti i organske suvislosti. N. pr. 8. je poučak kongruentnost trokuta sa sve tri stranice, 9. polovljenje kuta, 10. polovljenje pravca, itd.

Njegova je knjiga služila dvije tisuće godina kao obučna knjiga u školama, i toliko isto godina trebalo je da se zamijeni drugom shodnijom i praktičnijom.

I poslje Euklida (3. stolj.) mnogi su učenjaci živo radili na geometriji. Arhimed u Sirakuzi (površina ploha $\pi = 3^1/_7$), Apolonije iz Pergä (problemi o doticanju kružnica), Ptolomej (stvorio trigonometriju) i drugi bijahu plodni radnici na geometriji.

2. Od naroda, koji su se poslije Grka hvatali u kulturno kolo, jedini su se Arapi ozbiljno bavili geometrijom i obradili su osobito trigonometriju. Kao što su u starom vijeku Grci putovali u Misir, tako su u srednjem vijeku Evropljani dolazili u arapske škole, da tu izuče geometriju.

Od Arapa prešla je geometrija zapadnim narodima Evrope, koji su je u svojim školama istina marljivo učili, ali joj nijesu bili vrsni ništa prinoviti. Istom onda, kad je nestalo srednjevjekovnoga mraka, i kad su se duhovi probudili, kad je Deskart (1595.—1650.) obradio analitičnu, a Monge (1746.—1818.) deskriptivnu geometriju, vinula se ta nauka na neobičnu visinu.

B) Metodika geometrije do Pestalozzija.

3. Euklidova knjiga nije zgodna obučna knjiga upravo zato, što je pisana strogom znanstvenošću i što materija

nije poređana suvislo po organskoj srodnosti, nego je sve strpano jedno preko drugoga. Po svoj prilici nijesu je ni stari Grci upotrebljavali kao obučnu knjigu. Bez sumnje su na neki lakši način učili geometriju. Grčki učitelji imađahu u Sokratu divan primjer, kako treba predavati tu nauku. U Platonovu dijalogu „Menonu“ ispituje Sokrat jednoga dječaka i dovodi ga do spoznaje, da je četvorina na dvokutnici dvaputa veća od prvotne četvorine, a ne četvorina s dvaputa duljom stranicom.

U srednjem vijeku, koji je primio Euklidovu geometriju u naslijeđe, pa sve gotovo do naših dana, učila se geometrija samo u višim školama metodom predavanja. Nijesu se tražile geometrijske istine, nego su se davale gotove i samo ih je trebalo dokazati. Tu metodu vrlo lijepo karakteriše Harnisch ovim riječima: „Djeci se ponajprije kazalo, što je to geometrija, kazala se njezina razdioba, protumačili najznatniji pojmovi, dodali nekoliki poučci, koji se sami po sebi razumiju, i tada se prelazilo na poučke, koje je učitelj djeci dokazivao. Djeca su samo slušala, a nijesu sudjelovala u obuci, samo su primala i tuvila mudrost učiteljevu, ali ništa nijesu mogla sama saznati. Uza to se geometrija sasvim otkrenula od života, tako da je učenik godinama mogao marljivo raditi, a da ipak nije znao, čemu sve to vodi. Ako je napokon trebalo upotrebiti znanje, niti je on, niti je učitelj znao rukovati šestarom i ravnalom, te su obojica mogli samo premišljati, kako bi se što dalo uraditi, jer obojica nijesu znala, kako bi se uradilo. Mnogi su učenjaci legli s uvjerenjem u grob, da za njih nije bila geometrija, da je matematika strahovito teška nauka“.

Geometrija se učila tek samo da se nauči, a nije se ni najmanje osvrtalo na koristi, koje daje u životu. Mjerač, neimar i drugi zanatnik učio je, što mu je trebalo u svoga gospodara. Učio je mjeriti, crtati, proračunavati, da nije znao ni za razloge ni za pravila, zašto tako mora raditi. U bolja vremena bilo je i knjiga, iz kojih su mogli naučiti barem različne konštrukcije (Das erste buch der geometria. Nürnberg, 1539.). Nije bilo nikakvo čudo, što je takov majstorski učenik nadmašivao u praktičnoj umijeći i samog učenoga profesora geometrije, makar da nije imao gotovo nikakva geometrijskoga znanja.

4. Tekar pod konac 18. stoljeća javlja se težnja, da se geometrija dovede u jaču svezu s praktičnim životom, i da se uči po boljoj metodi. Christian von Wolff (Auszug aus den Anfangsgründen aller Mathematischen Wissenschaften, Halle, 1772.), Johann Georg Büsch (Versuch einer Mathematik zum Nutzen und Vergnügen des bürgerlichen Lebens, Hamburg, 1776.) i G. S. Klügel (Anfangsgründe der Arithmetik, Geometrie und Trigonometrie, Halle, 1798.) napisali su u metodičnom praktičnom pogledu za ono doba vrlo dobre knjige o geometriji.

Prvi pisac traži, da treba ponajprije likove raspoznavati, imenovati i razlikovati, pa onda crtati. Tada se preduzimlju poučci i zadaće tako, da se prema uvjetima poučka likovi crtaju, pa se spravama istražuje, je li sve onako, kako zahtijeva zadaća. I izviđaje treba tako udesiti, da obuhvataju što veći dio dokaza. Iza tih mekaničkih dokaza treba geometriju tako predavati, da se dokazuje pitanjima, kako bi zaključci tekli neprekidnim redom. Uvijek treba početi s onim, što daje ili promatranje slika ili uvjeti poučaka i razrješenje zadaća, da na pamet padaju poučci, koji su već poznati, i da se otuda uzmože što novoga dokučiti. — Büsch je izradio svoju knjigu tako zorno i popularno, da bi se bila mogla upotrebiti i u samoj pučkoj školi, kad bi samo u ono doba geometrija

bila nastavni predmet. — Treći pisac zahtijeva heurističnu metodu, kakva je u Platonovu dijalogu Menonu.

5. U nižim školama nije se učila geometrija. Ivan Amos Komenski, slavni vladika češko-moravske braće, prvi je to zahtijevao. U „Velikoj didaktici" traži, da djeca mjere protegu, duljinu, širinu, udaljenost, itd. Šta više i u „materinskoj školi" počnu djeca shvaćati osnove geometrije po prilici u drugoj godini, jer već znadu, što je veliko, a što je maleno; što je kratko, a što dugačko; što je široko, a što usko. Ni ovdje ne treba široke upute. Djeca će malo po malo saznati dijelove slike: krug, crtu, itd. A ako što više saznadu, sama će pokušati mjeriti, jedno s drugim ispoređivati, itd.

Pod utjecajem Komenskove pedagogije prvi je gotski vojvoda Ernesto (1640.—1675.) uveo geometriju u niže škole. U svom „Schulmethodusu" zahtijeva, da se uči o crtama, kutima, mjerenje ploha teoretično u školi i praktično vani. Dao je napisati i posebnu knjigu za geometriju, po kojoj se ta nauka učila i u Frankeovu sirotištu.

Pojava znamenitoga filozofa francuskoga Rousseaua (1712.—1778.) epohalna je u povjesti obuke. U svom „Emilu" iznio je naročito za geometriju takova načela, koja će vječno trajati, koja ne će od svoje vrijednosti ništa izgubiti, dok čovječanstvo bude imalo volje zanimati se geometrijom. Tijekom ove kratke povjesti uvjerit ćemo se, da su školnici dosta kasno unijeli u obučavanje ista ona načela i upute, koja je negda predlagao filozof-bjegunac iz Ženeve.

Rousseau zahtijeva, da se prije svega razviju osjetila i da djeca sudjeluju u obuci. Treba djecu vježbati, da umiju ocijeniti veličinu i daljinu. A za to treba vremena, jer djeca moraju sama mjeriti, sama raditi. A da uzmogu

ispraviti svoje pogreške moraju imati mjeru: ljudske korake, duljinu svoje ruke, itd.

„Našom krivnjom nadmašuje geometrija shvatljivost djece. Metoda umovanja nije za djecu. Za njih je metoda zornosti. Mi ne smijemo misliti mjesto njih, ona moraju sama misliti. Ja ne kanim učiti Emila geometriju, nego ću je učiti od njega; ja ću tražiti razmjere, a on će ih nalaziti, jer će ih tako tražiti, da ih naći mora.

Crtajte točno likove spajajte ih, postavljajte jedan na drugi, ispitujte njihove razmjere, pa ćete pronaći svu elementarnu geometriju idući od promatranja do promatranja, a da ne treba ni definicija, ni problema, ni ikakvih dokaza.

Trebalo bi da je geometrija djetetu vještina, da se dobro znade služiti ravnalom i šestarom. Najglavniji je posao, da se crtaju posve ravne, posve točne i posve jednake crte, posve savršena četvorina i posve okrugao krug. Da se uvjerimo o točnosti likova, treba ih ispitivati po svjema njihovim svojstvima, koja se mogu osjetilima zamijetiti, a to će nam dati prilike, da svaki dan otkrijemo po koje novo svojstvo."

Kao što se vidi, Rousseau traži, da se uči samo ono, što djeca mogu shvatiti, da im se tako razbudi mar za geometriju i za samoradinost. A ništa ne treba učiti prije no što se tomu potreba ukaže.

Rusovljevo vrijeme unijelo je geometriju u osnovnu školu. Basedov u svom filantropinu, Rochov u Brandenburškoj, Overberg u Westfalskoj i Felbiger u Austriji mnogo su se trudili oko geometrijske obuke u svojim školama. Ali su to bili više pokušaji nego ozbiljna radnja.

C) Pestalozzi i njegovi pristaše.

6. Svi ti napori, koje je rukovodila živa želja za istinskim napretkom i koristi čovječanstva, nijesu urodili

onakovim plodom, kakvim bi trebalo da su urodili. Svijet još nije spoznao one visoke koristi, koju donosi geometrija. Trebalo je još jednoga poticaja, koji bi življe i jače zahvatio. A taj je dao slavni Švicarac, Ivan Henrik Pestalozzi.

On je ujedno i prvi pokušao da u nižu pučku školu unese metodičnu obuku geometrije, napisavši u dvije sveske „ABC der Anschauung oder Anschauungslehre der Massverhältnisse, 1803."

Načela, koja su ga u tom vodila, jesu ova: Ponajprije treba djeci pokazivati predmete raznovrsna oblika: četverouglaste, okrugle, ovalne, široke, dugačke, itd., pa nastojati, da im ti pojmovi budu potpuno jasni, kako bi ih mogla upotrebiti.

Pravilno promatranje temelj je pravilnu suđenju. A da se može pravo promatrati, treba neko mjerilo ili osnov za odnošaje, koje valja premjeriti ili prosuditi. Takovim temeljem smatra Pestalozzi četvorinu i različne njezine razdiobe dvokutnicom, pa okomitim i vodoravnim pravcem. Učitelj daje da djeca na kartama od ljepenke motre polovinu, četvrtinu, šestinu, itd. četvorine, pa nastoji, da različne odnošaje tih oblika mjerenja spoznadu i nauče imenovati, te da ih samostalno upotrebljavaju i nauče crtati. Prema tomu naziva on četvorinu ABC-om zora (ABC der Anschauung), a svoju obuku u geometriji nazvao je „geometrijsko oblikoslovje", koji se naziv sve do danas održao.

No put, kojim je išao Pestalozzi u samoj obuci, nije bio prema tim načelima. — Bio je to put vrletan. Gradivo je razdijelio na vježbe, koje su iz početka vrlo proste, a poslije postaju sve teže i strašno zamršene, da su djeca imala mnogo muke, dok su sve to zapamtila.

Metoda mu je bila još gora. Djeca su naprosto govorila za učiteljem, dok nijesu potpuno upamtila.

Josip Schmid, učitelj u Pestalozzijevu zavodu u Iverdunu, napisao je „Die Elemente der Form und Grösse" (1809.—1811.) sasvim u Pestalozzijevu pravcu.

Glavna je mana obaju, što se nijesu osvrtali na praktični život i što su ističući formalno obrazivanje zalutali u zapletene kombinacije crta, koje nijesu imale sveze ni s naukom ni sa životom. Oni se nijesu brinuli, koliko će i kakvih će pojmova pribaviti sebi djeca iz geometrije, nego su nastojali, da motreći različne oblike nauče motriti i misliti, da im dakle razviju razum. Zanemarujući tako samu stvar, izgubiše se u prostom formalizmu.

7. Uza svu svoju metodičnu slabost imale su knjige Pestalozzijeve u sebi nečega, čemu se nije moglo odoljeti. To je duh, kojim su nadahnuti svi spisi njegovi. Taj duh unosio je u pedagoški svijet osobito oduševljenje, koje je urodilo obilnim i zdravim plodom. Tako su već u najbližem vremenu napisana takova djela, na kojima se osniva sveukupna metodika geometrijske obuke.

Hoffmann nije svoju knjigu „Geometrische Anschauungslehre" (1815.) namijenio nižoj pučkoj školi, nego je htio, da ona izrađena na osnovu Pestalozzijevih načela bude pripravom za znanstvenu obuku u geometriji. On je pošao zasebnim putem. Naročita vrlina njegove knjige sastoji se u tom, što sposobnosti dječje vježba na zorovima, koji su znatni za geometriju i kojima se stječe i znanje i vještina. — Osnivati geometriju na pustim pojmovima, veli se u predgovoru, nije dobro, kao što je opet nemoguće iz samih zorova sagraditi geometrijsku zgradu. Ako ćemo da bude predavanje geometrije prirodno, valja početi zorovima, od najprostijih ići postupno k zapletenijima, i tako na ovako plodnom zemljištu stvarati pravu znanost.

W. von Türk (Leitfaden zur Behandlung des Unterrichtes in der Formen- und Grössenlehre, 1817.) i J. G. Grassmann (Raumlehre für Volksschulen) mnogo su bliži Schmidu.

Türk je napisao svoje djelo u dijalozima i mnogo je doprinio tomu, da je geometrija ušla u niže pučke škole. Obuku počinje istina zornošću, a dopunja je prostim zaključivanjem, ali mu je opseg gradiva prevelik i gotovo prazan. — Prvi dio njegove knjige nije ništa drugo do prazne kombinacije različnih crta (Četiri pravca, od kojih su dva usporedna, treba da čine 13 kutova, koliko će nastati spojnih točaka?) Drugi dio govori o prispodabljanju kutova, stranica i površine likova i o krugu.

Grassmann počinje obuku u geometriji tijelom i na njemu dolazi do pojma plohe, crte i točke. Zatim smišlja iste onakove kombinacije crta, kao i predšasnici mu, samo u mnogo užem opsegu (Ebene räumliche Verbindungslehre, 1817.). Te kombinacije svodi on na zakone i preduzimlje ih na pamet, da razvije unutrašnje promatranje i unutrašnju konštrukciju, pa ih drži pripravom za pravu geometriju. — Drugi dio knjige mu (Ebene räumliche Grössenlehre, 1824.) raspravlja o plohama i ima kratak dodatak o tjelesima.

U predgovoru ovom drugomu dijelu iznio je svoje misli o samoj obuci. Neprekidan niz zaključaka nije za djecu, veli se tu, jer ga ne mogu pregledati. Makar koliko da su im razgovetni pojedini dijelovi toga niza i njihova sveza s prethodnima, ipak nemaju snage, da te dijelove drže za cjelinu, i tako gube jedinstvo dokaza, u kom se zaključak mora nalaziti u pretpostavci, a i time sam prijegled, koji čini, da je geometrija zanimljiva i obrazovna. — Prijegled ne dobijaju djeca nizom zaključaka i općih pravila, nego samo tako, ako se nauka osniva

na konštrukciji i na uređenim unutrašnjim zorovima, ako obuka kombinatorno prelazi od lakšega k težemu, ali takovim redom, koji svako dijete može samo kombinatorno da sastavi. — Djeca moraju sve dobiti promatranjem (zorom), a ne pojmovima. Jedva da bi trebalo spomenuti, da se ovdje ne misli spoljašnji osjetilni, nego unutrašnji zor, zor duhovne radljivosti ili zor unutrašnje konštrukcije. Prvi je potreban samo u toliko, da razbudi i učvrsti drugi. — No ne treba smetnuti s uma, da i logični momenat, uređena refleksija o rezultatu konštrukcije, imade veliku vrijednost; dâ priznati se mora, da prvo ne može biti bez drugoga. — Konštrukcija mora imati takov rezultat, koji je sadržan u poučku, a sposobnost, taj rezultat u konštrukciji naći i izreći riječima, čini glavni dio tih vježbi. — Ono, što treba da obrazuje, mora imati u sebi obrazovne snage, i dijete ga mora kao takovo upoznati; samo tako dobija se unutrašnja stalnost, zadovoljenje, budi se i podržava mar. U geometriji nije dostatno, da svaka konštrukcija vodi poučku, nego se uvijek mora neki kompleks poučaka ukazivati kao relativno potpuna cjelina. Pojedinost mora narasti do organske cjeline, a ne smije se razpršiti kao pljevá, tako da i znanstvena knjiga ima sličnosti s umjetninom. — Tako učeći geometriju obrazivati će se djeca, i izvrsno će se spremiti za dublje shvaćanje geometrijskih istina i za unutrašnje razviće njihovo, kakvo zahtijevaju praktični ciljevi. — Za radnju su dovoljni zorovi, za rezonovanje pojmovi. — Tako će poći za rukom, razviti jednu granu obuke, koja ima velik utjecaj na narodno obrazovanje i na razvitak prave industrije.

8. Tako se eto pod neposrednim utjecajem Pestalozzijeve pedagogije razvijala metodika geometrije, dok ne nađe u Harnischu i Diesterwegu prave majstore. Ta dva velikana obradiše i geometriju i njenu metodiku tako pot-

puno, da je potonjim radnicima od svega toga malo ostalo za uraditi. Harnisch je majstorski udesio izbor i raspored gradiva zgodno spojivši zornost i razumijevanje, spoznaju i radnju, teoriju i praksu, znanost i život; utvrdio je put obuke za sve vijekove. Diesterweg je nadmoćniji u metodici.

Načela, prema kojima je dr. W. Harnisch, učitelj u vratislavskoj učiteljskoj školi, napisao „Die Raumlehre oder die Messkunst, gewöhnlich Geometrie genannt" (1821.), jesu vrlo valjana. — U obuci nastoji, da se živo ukrštava znanje i vještina, tako da odmah iza spoznaje dolazi upotreba. Ako bi se upotreba odmakla ća do kraja, tada dijete kasno spoznaje, šta da počne sa svojim školskim znanjem u životu, i jer mnogi ne dovrši učenja do kraja, ima istina znanja, ali ga ne zna upotrebiti, i s toga mu je obrazovanost rastrgana. Zbog toga davao je djeci u ruke dosta rano šestilo i ravnalo, da crtaju geometrijske oblike. — Zahtijeva, da se u metodi drži sredina između plitke zornosti i znanstvene apstrakcije. Makar da sve osnivam na zornosti, ipak dajem potpuno pravo i razumu, i nijesam za to, da se zornosti prepusti ono, što pripada razumu. Ne slažem se ni s onima, koji se zadovoljavaju slučajnim dokazom, pustim razjašnjenjem, nego držim, da djeca moraju poznati dokaz točno i potpuno, inače im je znanje površno. Istina zornost se kudi tvrdeći, da se na njezinu osnovu ne da izvesti dokaz; sve stoji u tom, što mnogi učitelji ne znadu, što pripada zornosti a što razumu, i što ne znadu odvesti učenika s puta zornosti na put razuma". — Osobita mu je zasluga, što obuku u geometriji počinje tjelesima, i što neprestano veže oblike ravnina s oblicima tjelesa.

Gradivo je razdijelio u tri dijela. Prvi dio obuhvata: a) najprostije zorove i predočivanja (shvaćanje i imenovanje predmeta, ploha, pravaca); b) najprostija promatranja i oblike (prenosenje pravaca i kutova, promatranje i pravljenje osnovnih ploha, točnije promatranje tjelesa po broju i svojstvu ploha, bridova, itd.); c) teža promatranja i predočivanja (crtanje kutova i lukova, položaj ploha, prijelaz jednoga tijela u drugo, pravljenje tjelesa od ilovače, repe itd.) — Drugi dio bavi se mjerenjem i prispodabljanjem pravaca i kutova, ploha i tjelesa. — Treći dio raspravlja ponajviše o sličnosti ravnih likova.

9. Dr. A. W. Diesterweg je s velikom ljubavlju, a s još većom vještinom obradio geometriju u dva zasebna djela. Prvo „Leitfaden für den ersten Unterricht in der Formen, Grössen und räumlichen Verbindungslehre" (1822.) namijenjeno je poglavito formalnoj obuci; drugo „Raumlehre oder Geometrie nach den jetzigen Anforderungen der Didaktik" (1843.) više se obazire na praktičnu korist geometrije nego prvo. U oba je gradivo poređano po srodnosti oblika. Za prvo je napisao i uputstvo, kako ga treba pri obuci upotrebljavati. — Oba su djela sjajan spomenik jačine njegova razuma i vanredne vještine u obučavanju.

Evo u glavnom njegove metodike: „Utvrđeno je, da geometrija pripada pučkoj školi kao osnova opće čovječanske obrazovanosti, ali je isto tako utvrđeno, da za nju nije znanstvena geometrija. Tu se mora elementarno obrađivati. A time se kaže dvoje. Prvo djeca uče samo one istine, koje mogu da shvate i upotrebe za novo znanje ili u životu; djeca stječu uvjerenje u istinu neposrednim motrenjem i lakim zaključcima, koji su prema njihovoj snazi. No zaključaka ne treba, gdje dostaje neposredni zor i kad dijete nema snage za njih. To je elementarna obuka koja razvija ne samo samoradinost nego naročito pronalazački dar. Tko je valjano umije da rukovodi, razjasni djeci ovda onda koju riječ, sve drugo sama pronalaze.

Tko daje gotove istine, taj nagrđuje geometriju i ne postiže ništa.

Glavna je stvar, da naročito iz početka radi promatralačka snaga djece, da mogu istinu neposredno shvatiti, jer što direktnim promatranjem upoznadu, to je za njih prava istina, koja isključuje svaku sumnju. A tako pronađenu istinu ići dokazivati, djeci je vrlo zagonetno i neprirodno. Pa ipak će razuman učenik znati navesti i razloge, i ako ne u strogo znanstvenom obliku. Ne smije se dakle zaboraviti ni na razloge ni na zaključke, jer obrazovna snaga geometrije nije u znanju nego u spoznanju. Put do njega ide kroz osjetila u glavu, a iz ove u ruku. Dijete mora istine geometrije saznati i upotrebiti.

Nije onaj učitelj sposoban da obučava u geometriji, koji zna sve dokaze, nego onaj, koji razmišlja o svakoj istini, koji je okreće i prevrće, traži drugojačija predočivanja, razjašnjivanja i izvođenja, koji je dakle potpuno gospodar gradiva. Samo takov može i pojedinca potpomoći u samostalnom traženju istine, ne zazire od njegova traženja i nalaženja, nego se tomu još veseli, jer se ne boji, da će ga njegova pitanja dovesti u nepriliku. To je prava obuka, koja stvara duhove, kojom se uči ne samo učenik nego i učitelj. Pravomu, rođenomu učitelju dolaze na pamet najbolje misli za same obuke. Svaki sat takove obuke duhovno je oslobođenje, koje učitelj proizvodi zadaćama, pitanjima, pobuđivanjem, uputama, upadima. Ali tko sam ne zna tražiti, ne može ni drugoga u to uputiti.

Ništa ne pobuđuje u djece tolikoga veselja prema nauci kao kad vlastitim radom što pronađu, kad sama mogu riješiti zadaću. A tko je jednoć samo osjetio to veselje, toga zaista ne treba nukati na pažljivost i drugo što. Djeca, koja se dobro obučavaju, ne vole, da im se kazuje istina; ona žele, da je sama nađu, i protive se primati, što sama mogu naći.

Samo se sobom razumije, da geometrija mora razvijati formalnu snagu (u mišljenju i radnji), da ne treba počinjati definicijama, ali djeca moraju imati jasne i razgovetne pojmove, koje umiju zaodjeti u riječi. Djeci ne treba kazivati, šta je to dokaz i razrešenje, šta predpostavka ili uvjet; pošto su istine (poučke dokazali, zadaće rješavali, uvjete i zaključke spoznali, sama će saznati, što ti pojmovi znače, pa će ih i razumjeti. I najelementarnija obuka geometrije mora da bude matematična spoznaja i znanje.

To je uputstvo za samostalno mišljenje, za duhovnu samoradinost, razviće govora, duševna disciplina i jačanje karaktera, — to je heuristična metoda, koja se slaže sa zakonima, po kojima se razvija čovječja priroda."

D) Geometrija u pučkoj školi.

10. Evo takovim plodovima urodiše skromne ali duhovite težnje i zamišljaji Pestalozzija. On je započinjao obuku najprostijim zorovima i nastojao je da točnom potpunošću vježbi razvije duševne sile djece. Radnici, koji su odmah iza njega došli na posao, nastojali su da geometriju učine korisnom i s formalne i s materijalna strane. S toga su sve više stezali ono dosadno kombinovanje crta i nastojali, da se i s metodične strane udovolji ne samo razviću dječjega duha nego i samomu predmetu. Uz subjektivnu metodu, koja se iz prva obazirala samo na dijete (subjekat obuke), ulazila je sve više u obuku i objektivna metoda, koja se osvrće i na prirodu samoga predmeta (objekat obuke). Tako se mogla u glavnom razviti metodika do gotovo potpune savršenosti i u obuci združiti ujedno i razviće dječjih

sila i znanstvenost i praktičnost geometrije. Svekoliko gradivo geometrije razređeno je s velikom brižljivošću i vještinom. Ali ta se radnja nije nimalo obazirala na pučku školu. Čini se dakle, da je radnja Pestalozzijeva, koja je bila obraćena upravo pučkoj školi, skrenula drugom stazom.

U koliko shvaćamo povjesnički tijek same stvari. nije se to dogodilo. Moralo se najprije ustanoviti gradivo, a i metoda geometrije; jer bi se inače moglo zaći na takove stranputice, s kojih se ne bi mogao naći izlaz. I takov rad olakšao je radnju, koja se ticala samo osnovne škole, a da opet nije prekidana veza s Pestalozzijem. Njegovi učenici Ramsauer i Tobler pokušali su prvi, da odrede gradivo geometrije za pučke škole.

I. Ramsauer (Die Formen, Mass und Körperlehre, 1826.) traži, da obuka dade djeci toliko obilje oblika, koji se dadu upotrebiti na pojave, koji dijete sretaju u životu, i koji razvijaju njegovo shvaćanje, utvaralačku i pronalazačku snagu. Dijete se mora tako obrazivati, da može, bilo da se posveti kome mu drago zvanju, suditi o svem, što mu na oči dođe, i da može ono, što radi, i svojim umom, i svojom rukom, i svojim oštrim okom i razvijenim ukusom sve to više usavršivati.

Sadržina je njegove knjige ova: A) 1. oblici pravaca, 2. jednakost i mjera pravocrtnih likova, 3. oblici krivulja, 4. oblici pravaca i krivulja. B) Počela nauke o tjelesima. 1. o tjelesima, koja su omeđena ravnim plohama, 2. ravne i savijene plohe i njihova tjelesa, 3. sa sviju strana savijene plohe i njihova tjelesa.

I G. A. Tobleru (Die Formenlehre in Verbindung mit den reinen Elementen des freien Handzeichnens, 1836.) mnogo je stalo do toga, da djeca sama s pomoću zornosti ili učiteljevih pitanja pronađu geometrijske istine. On je

geometrijsko oblikoslovlje još jače doveo u svezu s crtanjem. To je svakako pogrješan put. Crtanje je istina u prirodnoj svezi s geometrijom, ali se geometrija ne smije gubiti u crtanju, upravo tako, kao što mora da bude potpuno ravnopravna s računicom.

11. Makar da je već Pestalozzi naglašivao pravu zornost u geometrijskoj obuci, ipak se na to zaboravilo. Grassman se prvi na to vratio i počeo obuku u geometriji tijelom. I Diesterweg radi isto tako u svom malom djelcu „Elementare Geometrie für Volksschulen und Anfänger überhaupt“ (1860.) s ovim sadržajem: I. Kocka (valjak — tijelo, ploha, crta, točka). II. Točka. III. Pravac i kut. IV. Trokut. V. Dva trokuta. VI. Četverokut (višekut). VII. Površina. VIII. Pitagorin poučak. IX. Krug. X. Sličnost likova. XI. Tjelesa i njihovo mjerenje. XII. Zadaće za vježbanje 1. konštruktivne; 2. računske zadaće.*

Zornost je njihova, kao što vidimo, primitivna, jer su istina na tijelu upoznali djecu s osnovnim pojmovima, a onda su po starom načinu izučavali svojstva crta, kutova, itd. Harnisch je naprotiv točno promatrao više tjelesa i neprestano vezao ravne oblike s oblicima tjelesa. Sveukupna dakle obuka usredotočena je oko geometrijskih tjelesa, koja se zorno i svestrano promatraju. A na taj način stečeno znanje dopunja se, praktično upotrebljava i napokon sređuje.

Mnogi inače vrsni metodičari zabacili su taj postupak misleći, da premnogo naklapanje s materijalnim tjelesima ne daje pravoga pojma o geometrijskome prostoru. Njih je zbunila opširnost Harnischova. Da je Harnisch bio na pravome putu dokazuje povjest i samo

* Za to djelo napisao je i komentar, koji je ujedno i njegova metodika geometrije.

iskustvo, jer se geometrijski oblici mogu upoznati samo na konkretnim stvarima. I mnogi metodičari poduhvatili su se svom zbiljom, da njegov rad isprave, popune i potpuno usavrše.

Glavni su radnici na tome poslu:

Dr. E. Zizmann (Geometrische Formenlehre, Jena, 1852.) svestrano i zorno promatra kocku, tetraeder, oktaeder, pravilnu četverostranu piramidu, pravilnu šesterostranu prizmu, kružni valj i čunj, i napokon kruglju. Na svakom tijelu upoznaju djeca plohe, bridove, plošne kutove, uglove, ravne kutove itd.

K. Fresenius (Die Raumlehre, eine Grammatik der Natur, Eisenach, 1853.) u maloj knjižici, koja je vrlo prikladna za nižu pučku školu, promatra kocku, trostranu i šesterostranu prizmu, četverostranu piramidu, prikraćenu četverostranu piramidu, trostranu i četverostranu piramidu, valjak, čunj, prikraćen čunj, kruglju i polukruglju (I. stupanj. Anschauung der Körper), a onda se promatraju i traže svojstva točke, crte, plohe, četverokuta, veličina ploha i tjelesa (II. stupanj: Orientirung unter den räumlichen Begriffen).

A. Lorey (Der geometrische Anschauungsunterricht, Eisenach, 1859.) namijenio je svoje djelo višoj pučkoj (građanskoj) školi i nižim razredima srednjih škola. Obuka je u neprestanoj svezi s geometrijskim tjelesima. Svi geometrijski pojmovi i istine dobijaju se zornim putem. Knjiga je vrlo poučna i pobudljiva. Može se preporučiti svakomu, tko hoće da se upozna sa zornim i svestranim obučavanjem geometrije.

I. Flink (Geometrischer Anschauungsunterricht, Freiburg, 1867.) promatra kocku, trostranu, četverostranu, peterostranu, šesterostranu prizmu, valjak, trostranu, četverostranu, peterostranu piramidu, prikraćenu četverostranu

piramidu, čunj, prikraćen čunj i kruglju. — I onda, kad ide sintentičnim putem, zornost je glavna stvar. Oblike predočuje ne samo slikama, nego radi i sa štapićima, kolutima i člankovitim mjerilom. S geometrijskom obukom vrlo zgodno spaja crtanje.

I. Schramm (Anfangsgründe der Geometrie, Wien, 1871.) je istina namijenio svoju knjigu srednjim i učiteljskim školama, ali je dobro došla i učitelju pučkih škola; jer je izrađena u novome pravcu. Nije podijeljena na planimetriju i stereometriju kao većina takovih knjiga, nego iza osnovnih pojmova mahom prelazi tjelesima, pa promatranjem i postajanjem geometrijskih oblika vježba se shvaćanje i mišljenje djece, a konkretnim promatranjem tjelesa traže se opće istine i svojstva, koja imadu prostorni oblik.

F. Kaselitz (Die Geometrie in der Bürgerschule, Berlin, 1873.) nastoji, da se djeca promatranjem geometrijskih tjelesa (ista koja i kod Zizmana) upoznadu s geometrijskim oblicima, koji se onda promatraju sami za se i jedan prema drugomu, i napokon se sve svodi u sistem (Geometrische Formenlehre). U drugome dielu „Die Elemente der ebenen und körperlichen Geometrie“ obrađena je geometrija sustavno i genetično. On daje u opće više, no što djeca mogu da svladaju.*

Radnja tih ljudi nije mogla ostati bez ikakva dojma na mjerodavne faktore, koji su napokon spoznali veliku vrijednost geometrije i za pučku školu, te joj zakonom ne samo otvorili put u nju nego i odredili joj točno opseg gradiva. U našoj carevini stekao je u tome pogledu trajnih zasluga Franjo vitez Močnik, koji je proučivši knjige

* Kaselitz je napisao i metodiku geometrije: Umfang, Ziel und Methode der Raumlehre itd. Berlin, 1873.; maleno ali valjano djelce.

gornjih radnika napisao vrlo valjano djelo: „Die geometrische Formenlehre in der Volksschule" (Wien, 1875.), u kom se ponajprije na samim tjelesima (kocka, trostrana i šesterostrana prizma, tetraeder, piramida, prikraćena piramida, valjak, čunj, prikraćen čunj, kruglja) upoznaju oblici ploha, crta itd. i njihova najglavnija svojstva i odnošaji, a onda se traži opseg i veličina geometrijskih oblika. — Pri izboru gradiva imao je Močnik pred očima pučke škole u Austriji sa osam godišta. Kod nas se mora gradivo znatno stegnuti.

Kad su djeca na taj način dobila jasne predodžbe o prostornim oblicima, upućuju se, da ih i crtaju, ali samo prostom rukom. A. Hein i drugi zahtijevaju naprotiv crtanje ravnalom i šestarom, jer se samo tim spravama mogu prostorni oblici točno geometrijski nacrtati.

Evo tako se tekar u našem stoljeću počela cijeniti geometrija po svojoj pravoj vrijednosti i živo se nastojalo, dok nije pronađen pravi način, kako je valja proučavati u školama. Naravno da su tradicije još uvijek jake, pa da ima ljudi, koji se više priklanjaju starini, ali će ih naravno sve više i više nestajati.

E) Herbartovci.

12. Kad je Ivan Friedrich Herbart boravio u Švicarskoj, kao kućni učitelj, nije propustio prilike, a da ne pohodi Pestalozzija u Burgdorfu. Tada je i on na toliko nadojen idejama toga starca, da je njegov „ABC der Anschauung" znanstveno obradio (1802.) i po njemu učio svoje pitomce.

Pa i poslije (Umriss pädogogischer Vorlesungen, 1835.) u velike cijeni geometriju. Geometrija, veli on, imade druge prednosti nadovezivanja, koje su se uzele tekar u novije doba ozbiljno upotrebljavati. Slike od drveta i ljepenke, crteži, štapići, žica, konac, upotreba ravnala, šestara, kutomjera mogu se svakojako iznositi pred oči i s drugima vidljivim stvarima dovesti u svezu; tim se mogu sklapati redovita zanimanja i vježbe, i to će se sve to više činiti, kad se pojmi, da su osjetilne predodžbe u duhu učenika. To naravno ne shvaćaju oni, koji drže, da je prostor oblik osjetilnosti, koji je isti u svjema ljudskim glavama. O protivnom uvjerit će iskustvo praktičnoga uzgajatelja, ako ga dostojno cijeni, jer upravo u tom se pokazuje velika razlika individuja.

Herbartovci Zizman i Fresenius bijahu prvi, koji su zamisao Harnischovu sa svom zbiljom prihvatili i uzradili onako, kako je gore naznačeno. Uz geometrijska tjelesa osvrće se Fresenius neprestano na istinske stvari okolice. Tijelo se ne promatra samo s teoretične nego i s tvarne strane, ne traže se samo geometrijska nego i fizikalna svojstva, koja imadu veze s njegovim oblikom. Time postaje tijelo središte prijegleda sviju stvari u okolici, i dijete treba da nalazi geometrijske oblike na svjema stvarima prirode i umjetnosti, koje leže u njegovu domašaju. Prema tomu i naziva geometriju gramatikom, koja tumači biće vaselene.

Dr. F. Bartholomäi (Geometrie der Volksschule, Langensalza, 1879.) počinje geometriju sa školskom sobom, a dijeli je ovako: 1. Geometrijsko promatranje (saznavanje i crtanje najznatnijih pravilnih i nepravilnih tvorina), 2. geometrijske vježbe (prispodabljanje i slaganje svojstava, konštrukcije od mogućih komada), 3. aritmetička geometrija (mjerenje i proračunavanje geometrijskih tvorina). Ali ne preduzimlje ovo svako za se, nego jedno s drugim u svezi, da jedno drugo potpomaže.

Vrlo je lijepa njegova riječ: „Da li je učenik shvatio matematičnu istinu, ne pozna se po tom, što je znade

pravilno kazati, ne ni po tom — i ako već prije — što je umije upotrebiti u drugom slučaju, nego po tom, kad je može sam naći, upotrebiti i koristiti se njome.“

13. T. Ziller upotrebljava mjesto geometrijskoga tijela realnu stvar. Da se dijete pripravi za samostalno htijenje, i time mu se olakša pribavljanje znanja, vazda se traže uporišta u okolici. „Mi se prošetamo“, pripovijeda E. Thrändorf u Zillerovu „Jahrbuchu“ od god. 1878., „do Napoleonova spomenika na lajpciškom bojištu. O samom spomeniku opširno se razgovorimo. Na crvenkastoj ploči stoji spomenik iste boje, koji ima gotovo isto takov oblik, kao i kamen u našem sanduku za građenje, samo mnogo veći. Na njemu se vidi prednja i stražnja, desna i lijeva, gornja i dônja strana. Jer kvadratične plohe poznamo odavna iz sklapanja i crtanja, ne će nam biti teško načiniti Napoleonov spomenik od ljepenke prema određenome mjerilu (najprije se na licu mjesta ocijene prave dužine i tada što tačnije izmjere) i prevući crvenkastim papirom. Na drugim šetnjama po lajpciškoj okolici upoznali smo i druge spomenike. Između njih izaberemo one, koji su slični Napoleonovu, i naznačimo, čime se razlikuju. Na taj apstrakcijoni način dobijemo pojam kocke i njezinih ploha, kutova, uglova i bridova.“

To je bez sumnje pravi pravcati induktivni put, ali će biti dosta teško učiniti zgodan izbor, jer svi predmeti okolice nijesu baš najpristupačniji geometrijskomu promatranju, a i inače dolaze takovoj obuci na put mnoge zapreke. Na šetnjama može se školska obuka podkrijepiti ponovnim promatranjem stvari, ako se na kakav naiđe. Djeca će to pratiti s osobitom pažnjom, jer se geometrijskim oblicima promatra formalna priroda.

I u saznavanju geometrijskih istina imade Ziller svoj osobiti put, sasvim protivan onomu, koji je odavna

u običaju. On vazda počinje zadaćama iz praktičnoga života, hvata pojmove, izvodi istine, i onda ih opet primjenjuje u životu. U njega je dakle praksa ishodište i cilj zajedno. Blizu je pameti, da se tim načinom pronalazački dar djece živo razbuđuje, i zadaća je obučavanja, da se ostvari ta Zillerova misao, makar da su teškoće velike.

To ćemo razjasniti jednim primjerom. Da dokaže, da su trokuti sukladni, kad imadu jednu stranicu i oba priležeća joj kuta jednaka, nalaže djeci, da izmjere udaljenost dvaju predmeta, između kojih teče rijeka. Iza mnogih pokušaja past će djeci na pamet trokut, u kome mogu izmjeriti stranicu i oba priležeća joj kuta. Ako sada s tim komadima načine drugi trokut, tada su izmjerili udaljenost predmeta i uvjerili se o kongruentnosti trokuta. Ne da li se drugi trokut načiniti, jer nema možda prikladna zemljišta, tada se načini na papiru po umanjenome mjerilu. Time se dođe do sličnosti trokuta, s pomoću koje se udaljenost predmeta izmjeriti dade.

III. Učivo za obuku u geometriji.

1. Opsežan je materijal, kojim raspolaže geometrija, makar da su mu elementi sasvim prosti: pravac i krivulja. Veoma je velika masa crta, kutova, ploha, tjelesa, pa njihovih odnošaja i svojstava, koje je pronašla geometrija. Kad se još uzme u obzir zakonita strogost i uzročna sveza, koja spaja geometrijske istine jednu za drugu, sama se sobom nameće dužnost, da se za pojedine škole prema njihovu cilju odredi onaj opseg gradiva, koji je ona kadra da svlada.

Upravo ta logična strogost i uzročna sveza, koja veže geometrijske činjenice jednu za drugu, dala je povoda bajci, da geometrija nije za svakoga, naročito za djecu. Pjesnik i matematičar, veli se, moraju se roditi; dakle za shvaćanje geometrijskih istina potreban je osobiti duh ma i ne bio genije. „Istina je," veli Falk, „da se produktivna matematična glava mora roditi, isto tako kao i pjesnik; ali kaogod što milijuni neproduktivnih pjesničkih glava mogu razumijevati i s nasladom čitati pjesme, isto tako i čovjek zdrava razuma mora biti sposoban, da prima pronađene matematične istine. Cijela se matematika osniva na prostim predodžbama o prostoru i broju; tko ih ne može pojmiti, taj je slabouman. — Pojedine predodžbe združuju se najprostijim logičnim mišljenjem; tko to ne može, taj ne može ni misliti logično, a ne će ništa postići ni u drugim predmetima".

Ne bismo tih riječi o geometrijskoj bajci navodili, da i danas nema učitelja, koji u nju vjeruju, a ne će da znadu, da sve stoji do metode. „Znanstvena ova grana", veli Spencer, „koja je, ako se općeno uči, suhoparna pače odurna, postaje, ako se slijedi prirodna metoda, do krajnosti zanimljiva i velekorisna".

Nema predmeta obuke, čiji su elementi tako razumljivi i shvatljivi, kao što su elementi geometrije, a to s toga, što su oni svakoga časa na očima i djetetu i čovjeku, i žensku i mušku, i seljaku i gospodinu. I baš zato unio je Pestalozzi geometriju u osnovnu školu, a Fröbel je uzeo geometrijske oblike ća za glavno zanimanje djece u zabavištu.

Naučna strogost geometrije u jednu, a lako poimanje njezinih elemenata u druge ruku nalažu veliku opreznost u izboru gradiva.

2. U tome pogledu treba se držati ovih načela:

a) Treba odabrati ono gradivo, koje će uz formalnu svrhu imati i praktičnu vrijednost, a sve, što nije prema tomu, treba ispustiti. Neuputno je davati nedovoljno znanje, jer je onda škola promašila svoju svrhu. Ali je još gore davati ono, što nije potrebno, jer se tim uzalud troši vrijeme, koje bi se moglo upotrebiti, da se učvrsti, kako treba znanje, koje je doista potrebno.

b) Učiti treba samo ono, što je primjereno shvaćanju dječjem. Drugojačije ne može ni da bude. I u nižoj u višoj pučkoj školi smije se pred djecu iznositi samo onoliko geometrijskih činjenica, koliko ona mogu bez velike natege i shvatiti i primiti, a svega se treba mahnuti, što bi prelazilo snagu dječjega duha.

c) Neka se uči samo toliko gradiva, da se može u vremenu, koje mu je određeno, temeljito obraditi. Bilo bi

zaista vrlo ludo nalagati, mora se učiti to i to, a ovamo nema za to vremena.

d) Nadalje valja imati na umu, da je za pučku školu nauka o ravninama (planimetrija) i nauka o tjelesima (stereometrija). Ostale partije nadilaze i snagu i vrijeme pučke škole.

3. Ova načela imala bi nas rukovoditi pri izboru geometrijskoga gradiva u obje pučke škole. Za svaku posebice vrijedi još po jedno načelo, koje više određuje metodu obuke, nego li sam opseg gradiva.

Niža pučka škola ne može se baviti planimetrijom posebice, a stereometrijom posebice, makar da su to suvisle i zasebne cjeline geometrijske nauke. Kao što niža pučka škola ima osobito svoje stajalište, tako se i njezinoj geometriji mora dati tomu primjeren pravac. Niža pučka škola ne može geometriju obrađivati sustavno, jer onda ne bi bila djeci razumljiva. Isto tako treba da smetne s uma, da pripravlja za višu obuku, jer bi inače promašila svoj cilj. Geometrija mora u nižoj pučkoj školi sačinjavati cjelovit, nepretrgnut niz najprostijih predočaba i pojmova, koje će djeca u praktičnom životu moći upotrebiti. To se postiže samo tako, ako se obuka u geometriji počinje s tijelom, — s onim, što priroda nuđa, pa se na njemu upoznaju svi oblici, koji se na njemu upoznati mogu. Radi toga se i naziva geometrija niže pučke škole geometrijsko oblikoslovlje, koje se sastoji u jasnoj spoznaji najznatnijih, osnovnih geometrijskih oblika i njihovih kardinalnih svojstava, u crtanju tih oblika, pa u mjerenju njihovu (površina, usebina).

Prema tomu niža će pučka škola dati svojoj djeci najbitnije osnove geometrije prema ovoj osnovi:

U prvom i drugom razredu geometrija je najuže spojena sa zornom obukom, sadržana je u zornoj obuci.

Promatranjem raznovrsnih predmeta treba da se razjasne i utvrde predodžbe o geometrijskim oblicima, ako se djeca priučavaju, da mogu točno raspoznati mjesto (uz, pred, gore, dolje, u sredini, itd.), položaj (upravno, položeno, nagnuto), protegu (dugačko, kratko, debelo, tanko, duboko, visoko), oblik (uglast, obao, okrugao) itd.

Isto je tako geometrija u vrlo tijesnoj vezi s crtanjem i računstvom. Crtanjem se nauče djeca jasno i točno predočivati geometrijske oblike. Ali se moramo vrlo dobro čuvati, da ne preždenemo. I ako djeca u prvom razredu mogu da crtaju i geometrijske oblike, ne smije to biti geometrijsko crtanje, niti im treba pri tom geometrijskih pojmova. Djeca u prvom razredu crtaju konkretne stvari: pravcem označuju štap, stožer; krugom sir, tanjur, kolo; četverokutom vrata, prozor, itd. — Računanje može biti očigledno tek s pomoću geometrijskih oblika: štapića, krugova, točaka, krugljica, poteza, kocaka itd.

Blizu je pameti, da se nikako ne mogu mimoići izvjesna geometrijska imena: točka, crta, krug, itd. I ona su gotovo jedino geometrijsko znanje u oba prva razreda.

U drugom razredu ulazi se malo dublje u geometrijsku obuku time, što se pazi na dublje shvaćanje odnošaja, na točnije i izrazitije predočivanje geometrijskih oblika.

Na taj način dobiju djeca manje više jasne predodžbe o geometrijskim oblicima U višim razredima niže pučke škole, u 3., 4. i 5., ulazi se malo po malo u veličajni hram geometrijske nauke, ali samo u toliko, da prеđašnje predodžbe dječje budu sasvim razgovetne, da točno znadu, kakvi su geometrijski oblici, i po čem se razlikuju jedan od drugoga, da uz jasne predodžbe imadu i razgovetne pojmove o geometrijskim oblicima.

Prema tomu trebalo bi da se uči:

U III. razredu. Kocka, uglasto tijelo. Ploha, međa tijela. Četverokut, stranice, uglovi, kutovi. Crta, međa, plohe ravna, prekinuta; vodoravna, uspravna; usporedne crte. Kut, pravi. — Kosa kocka. Kosa četvorina. Crta, kosa. Kut, šiljasti i tupi. — Kvadratična prizma. Pačetvorina, dužina i širina; jednake i nejednake crte; mjerenje crta; metar, decimetar, centimetar. — Kvadratična piramida. Trokut istokračan. — Valjak. Oblo tijelo. Krug. Kružnica. — Čunj. Oblo tijelo. — Kruglja. Okruglo tijelo.

U IV. razredu. Kosa prizma. Kosa pačetvorina. Istosmjernjak. — Kosa piramida. Trokut, tupokutan i raznostraničan. — Pravilna peterostrana prizma. Peterokut, pravilan i nepravilan. Višekut. — Valjak. Čunj. Obla tjelesa. Krug. Kružnica. Središte, promjer, polumjer. — Kruglja. Okruglo tijelo.

Horizontalni i kosi prorezi prizme, piramide, valjka i čunja. Raznosmjernjak, inosmjernjak, elipsa.

U V. razredu. Sabiranje svega. Crta, ravna, kriva, prekinuta; osovna, vodoravna i kosa; kružnica, elipsa. Kut, pravi, šiljasti i tupi. Trokut, inostraničan, istokračan i raznostraničan; pravokutan, šiljastokutan i tupokutan. Četverokut, četvorina, pačetvorina, kosa četvorina, kosa pačetvorina (istosmjernjak), inosmjernjak, raznosmjernjak. Višekut, pravilan i nepravilan. — Tjelesa, uglasta, obla i okrugla.

Opseg likova. — Površina četvorine, pačetvorine, trokuta, raznosmjernjaka, kruga. — Usebina kocke, prizme, valjka.

Prema potrebi dopušteno je, da se propisana količina znanja suzi ili proširi. Blizu je pameti, da to zavisi

o zanimanju žiteljstva. U seoskim školama potrebno je manje, a u mjestima, gdje ima raznovrsnih zanatnika, potrebno je opsežnije znanje geometrije. Učitelj mora to imati na umu i prema tomu odrediti opseg tomu predmetu.

4. U višoj pučkoj školi uči se geometrija sustavno i pripravlja za znanstveno obučavanje te nauke.

I ovdje se uči samo planimetrija i stereometrija, jer ostali dijelovi nijesu ni za ovu školu. Ali je opseg i tih dijelova geometrije veoma velik, pa se stoga mora viša pučka škola ograničiti na osnovne istine, s pomoću kojih se dade sve drugo lako shvatiti i razumjeti.

Sustavna geometrija polazi od nekoliko osnovnih pojmova i izvodi iz njih logičnim zaključivanjem sve ostale istine. Ona zahtijeva, da se učenik upozna s tim istinama i da ih nauči upotrebljavati, da sazna unutrašnji savez geometrijskih istina, i da ih upotrebi kao premise kod novih zaključaka. Blizu je dakle pameti, da se od djece ne može dvoje na jedanput zahtijevati: da se umiju snaći u geometrijskim tvorinama, i da mogu shvaćati znanstvenu sustavnost njihovu. S toga je od prijeke potrebe, da se djeca potpuno priprave za sustavnu obuku, t. j. da steku dovoljnu količinu potpuno jasna i razgovetna aperceptivnoga znanja; jer će inače uzalud učiti geometriju, kao što je to u pređašnja vremena bivalo. To se postiže, ako se geometrijski oblici iznose djeci pred oči često i nekim redom, jer tek tada moći će ih lako apstrahovati s konkretnih predmeta; moći će ih potpuno jasno shvatiti odvojeno od predmeta; njihovi će im pojmovi biti potpuno jasni i razgovetni, te će poznija sustavna obuka moći teći bez ikakih zapreka.

Zadaća je petomu razredu više pučke škole, da to učini, jer se to od niže pučke škole ne zahtijeva, niti se

može zahtijevati. On čini u geometriji prijelaz između niže i više pučke škole. I tu je geometrija geometrijsko oblikoslovje. Preduzimlje se obično u svezi s prostoručnim crtanjem na mnogo široj osnovi, nego u nižoj pučkoj školi. Tu su kombinacije i zaključivanja raznovrsnija i makar da se sve osniva poglavito na zornosti, ipak se postupak više približava sustavnoj obuci, nego u nižoj pučkoj školi.

Naša nastavna osnova zahtijeva, da se crta pravac, krivulja, kutovi različne veličine, trokut, četverokut, višekut, kružnica i elipsa slobodnom rukom po crtežu, što ga učitelj na školskoj ploči crta i kratkim za shvaćanje potrebnim tumačenjem popraćuje. Zatim se uče počela stereometrije i to: pravac, ravnina, ugao, kocka, bridnjak, šiljnik, kružni valj i čunj, pa kruglja uz tumačenje po modelima.

U VI. razredu počinje se sustavna obuka i uči se: Glavni pojmovi. Veličina i mjerenje crta. Kut i mjerenje kuta. Vrste kutova. Trokut i svojstva mu. Sukladnost trokuta. Simetrija pravocrtnih likova i kružnice. Kutovi u kružnici. Dirka i njezina svojstva. Tetiva i njezina svojstva. Dvije kružnice i njihove zajedničke dirke. Četverokuti u opće, a paralelogrami i trapeci napose. Višekuti pravilni, nepravilni i simetrijski. Geometrijska mjesta točaka, koje zadovoljavaju stanovitim uvjetima.

U VII. razredu: Jednaki likovi i njihova pretvorba. Svojstva pravokutnoga trokuta. Opseg ravnih likova. Proračunavanje ravnih likova. Omjer dužina, razmjerne dužine i razmjernost ravnih likova. Sličnost trokuta i upotreba njena kod pravokutnoga trokuta i kruga. Slični višekuti i omjer opsega i površina njihovih.

U VIII. razredu: Općeno o pravcu i ravnini. Pravac okomit prema ravnini, usporedan s ravninom, usporednice u prostoru, usporedne ravnine. Prostorni kut, prikloni kut prema ravnini i dvjema ravninama, okomite ravnine, prostorni ugao. Projiciranje geometrijskih tvorina. — Općeno o tjelesima. Proračunavanje plašta i volumena tjelesa. — Čunjosječnice, vrste tih krivulja i njihova glavna svojstva. Geometrijsko mjesto središta kružnica, koje diraju dvije kružnice.

IV. Metoda obuke u geometriji.

A) Obučni put.

1. Makar da su, kao što je gore rečeno, geometrijski elementi, djeci vrlo shvatljivi, ipak su veoma apstraktni, jer crta, ploha, itd. ne postoje nigdje sami za se. Ljudi su tekar promatranjem raznovrsnih predmeta dobili geometrijske pojmove i činjenice. Pa toga se puta mora držati i pučka škola, jer je za nju najprikladniji. To je a n a l i č k i put, koji zahtijeva, da se geometrijski oblici upoznavaju na konkretnim predmetima i da se tek s njih snimaju i predočuju kao zasebne tvorine. Jedino i valjano ishodište geometrije u pučkoj školi jest i ostaje empirijsko promatranje predmeta. Predmet dakle mora biti pred očima djece, da ga mogu neposredno promatrati.

Nepregledna je množina raznovrsnih tjelesa, ali se dadu raspoređati u tri hrpe, u tjelesa uglasta, obla i okrugla oblika. Iz sve tri hrpe treba opet izabrati najglavnije reprezentante, i to što prostije, na kojima će djeca ipak saznati sve, što im treba znati. To su geometrijska tjelesa: prizma, piramida, valjak, čunj i kruglja.

No moramo se dobro uzeti na um, da ne ulazimo u najsitnije sitnice, a naročito, da ne unosimo u obuku ono, što se ne vidi na samom tijelu. N. pr. obuka se u geometriji počinje kockom; na njoj djeca upoznaju vodoravan i osovan, ravan i prekinut pravac, usporedne pravce,

četverokut i pravi kut. Druge pravce, kutove i oblike ploha upoznat će na drugim tjelesima.

Analiza ne smije biti ni površna, nego što moguće svestranija. Kadgod se govori o kom tielu, treba da se dobro razmotre njegove plohe, bridovi, uglovi, oblici ploha, kutovi. Na taj se način ne samo stječe novo znanje, nego se ujedno i utvrđuje staro već poznato.

Konkretni se dakle predmet promatra ponajprije u cijelosti, a onda u pojedinostima. No to nije dosta. Tijelo, koje su djeca rastavljala, mora se opet sastaviti u cijelost, kao što je i bilo. Uz analitični put treba dakle upotrebljavati i s i n t e t i č n i, jer samo njihovom uzajamnošću oživotvorava se ona veza, koja spaja geometrijske oblike, te se onda jasnije i stalnije utiskuju u dječju svijest.

2. Zornost je istina prvo ishodište obuke u nižoj pučkoj školi, ali je pri njoj učenik pasivan, jer samo prima, što mu predmeti daju i prosto promatranje lako prelazi u dosadu. Da zornost donese pravi plod, mora dijete prijeći u aktivnost, t. j. prosto primanje mora što ranije prijeći u mišljenje. To se postiže, ako se djeca zgodnim pitanjima navode, da jasno i razgovetno kažu, što su na predmetu vidjela; ako mogu mjeriti njegove protege, ako umiju opisivati njegove plohe, ako ga znadu analizovati i opet sastaviti u cijelost.

Tako će na konkretnome predmetu ojačati apstrakciona snaga dječja, te će moći saznavati i poimati i onakova svojstva i odnošaje geometrijskih tvorina, kojih ne mogu na prvi mah upoznati. Ta svojstva i te odnošaje treba da djeca upoznaju vlastitim trudom, ili ih učitelj mora prosto dati. Prvo biva heurističnom, drugo dogmatičnom metodom, o kojima ćemo odmah opširnije govoriti.

3. Nije dovoljna sama analiza. Znanje bi bilo manjkavo i djecu bi dovodilo u neku zabunu, kad bi geome-

trijske oblike upoznavala samo na jednome predmetu. Da djeca steku jako i savršeno znanje, moraju geometrijske oblike apstrahovati s raznovrsnih predmeta. To je induktivni put, koji zahtijeva, da se pojam izvodi iz sviju slučajeva, koje možemo imati na raspolaganju.

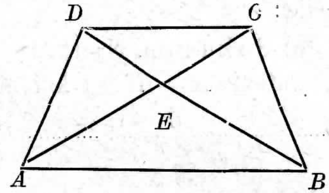
Kao što se pravac, trokut, itd. moraju snimati s geometrijskih tjelesa, tako se i geometrijska tjelesa moraju apstrahovati s konkretnih predmeta. N. pr. djecu valja upoznati s valjkom. Tu treba početi sa stvarima, koje imadu podobu valjka, kao što je trupac, čaša, valj, itd.

A pravac, krug, itd. ne će djeca upoznavati samo na geometrijskim tjelesima, nego i na konkretnim predmetima, što ih oko sebe gledaju; na knjizi, kući, zvoniku, lješniku, trešnji, trupcu, čaši, itd.

Tako će znanje crpeno iz života i samo imati života, pa prelazeći natrag u život donositi onakovu korist, kakva se od znanja danas i traži. Na taj način ukrštava se nauka sa životom, a ukrštaj, kao što doznaje srpski naučnik i pjesnik Laza Kostić, donosi najobilatiji plod.

4. I viša pučka škola mora se u glavnom držati istih ovih putova. Neka se drži zornosti, gdjegod je od potrebe, naročito onda, kad valja preduzeti novu koju partiju, jer zornost daje kombinacijama i zaključcima toliku razgovetnost, kolika je i potrebna, da se djeca upute u geometrijske apstrakcije, koje su u geometriji neizbježive. Da se n. pr. može pojmiti proračunavanje plašta upravnoga čunja, valja zorno pokazati, da je on isječak kruga, kojemu je polumjer jednak bridu čunja. Budući da isječak kruga nije ništa drugo do trokut, to će djeca vrlo lako shvatiti, da se plašt upravnoga čunja proračuna, ako se opseg osnovke pomnoži polovicom brida. — Pretvaranje i dijelenje likova temelji se ponajčešće na činjenici: Ako

se u trapecu ABCD (sl. 1.) povuku obje dvokutnice, tada su trokuti ADE i BCE na neusporednim stranicama površinom jednaki. Da dakle pretvaranje i dijelenje likova bude djeci razumljivo, moraju se prije svega upoznati s tom istinom, a onda je u konštrukciji glavna stvar složiti trapec.



Sl. 1.

5. Sada ćemo se izbliže upoznati s dogmatičnom metodom, kad se djeci daje gotovo znanje, i heurističnom metodom, kad djeca na osnovu znanja, što ga imadu, sama stječu novo znanje.

Da se vidi, kolika je razlika između te dvije metode, pokazat ćemo to na jednome primjeru.

Da kuti u trokutu imadu 180°, se saznaje dogmatičnom metodom ovako:

a) Pokusom. Učitelj nacrta na tabli trokut, pa kutomjerom izmjeri sva tri kuta i zbrojivši njihove stupnjeve, pokaže djeci, da imadu zajedno 180°. To isto rade i djeca. — Ili se kuti šestarom prenose na zajednički vrh.

Sve je dobro, dok se kuti točno mjere i prenose. Ali valja imati na umu, da ni najvještija ruka ni najtočnijim spravama ne može sasvim točno ni mjeriti ni prenositi, i pokus ispada uvijek pogrješan. Djeca onda moraju prosto vjerovati.

b) Zornošću. Učitelj prilijepi na tablu trokut od papira, odreže kutove A (m) i B (n) i postavi ih na vrh.

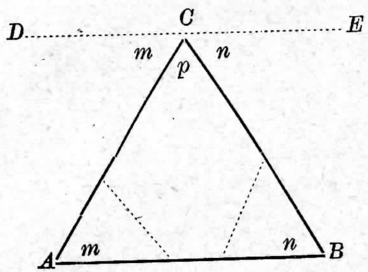
Sada barem djeca vide, da m, p i n imadu zajedno 180°. (Sl. 2.).

c) Dokazom. Ako vrhom C (sl. 2.) povučemo usporednicu D E s osnovkom, dobiju se dva kuta m i n, koji

su jednaki kutovima A i B kao zamjenični kutovi. Kutovi m, n i p imadu 180°, dakle i kutovi trokuta imadu 180°.

6. Heurističnom metodom saznaje se to sasma drugojačije:

a) Pokusom. Nacrta se trokut s osnovkom AB = 4 cm., kutom A = 75° i kutom B = 45°. Djeca će bez velike muke spoznati, da za sastav trokuta ne treba ništa više. Kad je trokut gotov, svi mjere treći kut (učitelj na ploči, djeca u svojim bilježnicama) i makar da konštrukcija ne će biti potpuno točna, djeca će ipak vidjeti, da kutovi u trokutu imadu 180°.



Sl. 2.

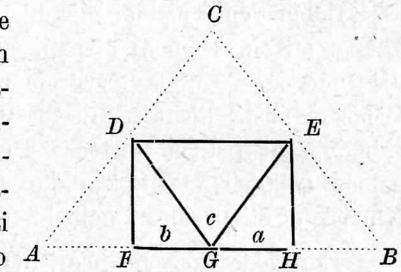
Jasno je, kolika je razlika između obadva pokusa. Razlika ne postoji u znanju, nego u spoznanju. Materijalno je znanje isto, ali je u prvom događaju znanje golo, u drugom su poznati i razlozi. S toga prvo znanje stoji osamljeno u pamćenju, dok drugo postaje sredstvom, kojim se mogu samostalno pronaći nove istine.

b) Zornošću. Svi načine trokut od papira. — Djeca znadu da spružen kut imade 180°. Sad se naloži djeci, da sva tri kuta trokuta tako slože, da im vrhovi padaju u istu točku. Djeca će se dosjetiti, da kutove treba odrezati kao gore (sl. 2.) ili ih preklopiti (sl. 3.) ili drugojačije (sl. 5.).

I ovdje, kao što vidimo, dolaze djeca ne samo do istine, nego ujedno i do unutrašnje spoznaje istine, a to vrlo blagotvorno utječe na njih.

c) Dokazom. Djeci se kaže, da sva tri kuta treba sastaviti oko jednoga vrha. Ona znadu, da se jednaki kutovi dobiju, ako se dvije usporednice presijeku pravcem, ili ako se prema krakovima kuta povuku usporednice. Sada znadu djeca, do kojega cilja treba da stignu, a poznaju i sredstva, kojima će to učiniti. Način, kako će do cilja doći, ostavlja im se na volju. Svaki radi, kako najbolje zna, ali ne radi nesvijesno, nego s punom svijesti. Do cilja se može doći na nekoliko načina i zaista čudo bi bilo, kad ne bi djeca koji pogodila.

7. Iz ovoga se vidi, koja je od ovih metoda bolja. U ostalom svakomu je učitelju vrlo dobro poznato, da se dogmatičnim putem brže dolazi do znanja, ali da je to znanje slabo, jer ga djeca naprosto primaju, i s toga se nalazi na površini, te brzo izvjetri.



Sl. 3.

Dobijaju li djeca znanje vlastitim radom, onda se do znanja dolazi doduše sporije, ali se kud i kamo dublje ukorjenjuje u duhu. Istina, da je put heuristične metode vrletan i tegotan i za učenika i za učitelja, ali ona pobuđuje na veću sabranost duha, nagoni na samostalan rad, pobuđuje veću volju i veći mar, upravo istinsku ljubav prema nauci.

Sporosti, kojom se istina traži i u duhu utvrđuje, i muke, koju i djeca i učitelj iz početka muče, malo po malo sve više nestaje, dok se napokon djeca ne osposobe i za samu produktivnost.

Heuristična metoda ima pred očima, kao što vidimo, živ stvor, koji se malo po malo može razvijati, i komu upravo radi toga treba davati prikladnu hranu, da se može razvijati. Držeći se te metode učitelj uvodi u rad svakoga učenika prema njegovoj sposobnosti, nastoji da lošiji učenici s pomoću boljih ulaze u življi rad, nastoji naročito, da djeca uvijek točno znadu, što se radi, i time izaziva u djece tako živo zanimanje, kakvo se ne može pokazati kod drugih predmeta, i združuje pojedine snage u cjelinu, koja može da savlada sve potežkoće.

Dogmatičnoj metodi nije dijete ništa drugo do prazna posuda, u koju se može utrpati, što nam se svidi. S toga nije čudo, što se u djece pri tom opaža nemarnost, ravnodušnost i pusta lijenost, mjesto istinskoga života, što ga razbuđuje heuristična metoda. To ključanje dogmatične metode najkraći je put, kao što veli Kehr, da se djeci za uvjek ogadi učenje, i najbolji, da se za uvijek zasite.

Tko dakle zabacuje heurističnu obuku, kojom se tobože vrijeme trati, bolje bi mu bilo da pozatvora škole, jer ako se duh znanjem ne razvija, onda je beskorisno, a ako se dječja snaga ne jača, onda ne valja obuka. Proti tomu najbolji je lijek heuristična metoda.

Plodovi heuristične metode zavise poglavito od toga, kako učitelj umije njome upravljati. Ona traži, da učitelj imade živosti, pobudljivosti, da je svježa duha, da temeljito poznaje predmet, pa dječju prirodu u opće i svakoga učenika posebice. On se ne smije slijepo držati knjige, nego mora neprestano premišljati, kako će ovu ili onu istinu lakše dokučiti, ovaj dokaz prostije izvesti, kako bi se ova ili ona istina djeci lakše i jasnije predočila. Tako postaje sve to sposobniji, da može i djecu brže, lakše i temeljitije upućivati u traženju geometrijskih istina. Valja

priznati, da sve to ide iz početka dosta teško, ali tko se s potpunom voljom tomu preda, požnjeva neočekivano obilate plodove.

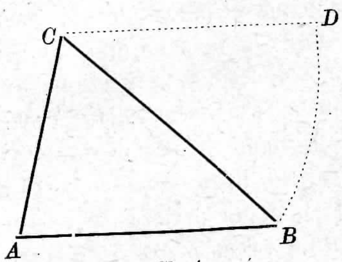
8. Ima još jedna metoda, koja se dade u geometriji upotrebiti s osobitim uspjehom i obilnim plodom. To je g e n e t i č n a ili metoda postajanja, kad geometrijske tvorine postaju pred našima očima. Geneza dovodi geometrijske tvorine u stvarnu vezu, da nam se čini, da jedna iz druge postaje i razvija se. A da to postigne, upotrebljava gibanje. Sad pomiče, sad okreće, sad preklapa geometrijske tvorine, i time nam ih predočuje ne više kao ukočene i nijeme stvorove, nego kao stvorove, koji postaju, mijenjaju se, jedan u drugi prelaze, koji su puni snage i života, kakovi u istinu i jesu.

Dvostruka je prema tomu korist od genetične metode. U djece se pobuđuje ona živa pažljivost, kakvom se samo kretanje i život promatrati može. Na mrtve slike gledaju djeca mrtvim, ukočenim očima, da im pri tom upravo nikakva misao u glavu ne dolazi. Kako li im se zasija lice od neke unutrašnje radosti, kako li im se pokrene duh, kad upravo tim postajanjem mogu da pojme cijelo biće geometrijskoga oblika. Zaista je drugo kazati djeci: Kut postaje, ako se pravac A B kreće oko točke A, a drugo pokazati to. U prvom događaju moraju djeca prosto vjerovati, a u drugom se uvjere o istini. A kolika je razlika između vjerovanja i uvjerenja, možemo se u životu svaki čas uvjeriti.

Genetičnom metodom lakše se nego ikojom drugom pronađu i svojstva gdjekojih geometrijskih tvorina. U gornjem primjeru djeca će vrlo brzo spoznati, da je kut veći, što je razmak krakova veći, da veličina kuta ne ovisi o duljini krakova, da pravac gibanjem opisuje luk, koji stoji u stvarnoj svezi s kutom itd.

*

Tako se isto dadu njome i geometrijske istine vrlo jasno i vrlo lako dokazati. N. pr. dokaz, da kutovi trokuta imadu 180°. Djeca znadu, da se onaj dio ravnine, što je među dvije usporednice, naziva pruga. Omeđimo li prugu s lijeve strane pravcem A C, dobiju se kutovi A i C, koji imadu 180°. Ako sada pravac C D okrećemo oko točke C, dok točkom D dođe u pravac A B, dobije se trokut A B C. Djeca vide, da se kut C smanjio za kut B C D, ali da je isti taj kut sašao dolje i prekrenuo se u kut B C D trokuta. I tako doznadu zorno, da kutovi u trokutu imadu 180°.



Sl. 4.

Zbog tih svojih vrlina našla je genetična metoda vrlo ugledno mjesto u gdjekojim obučnim knjigama geometrije.

9. Različne metode imadu, kao što vidjesmo, u obuci i različnu vrijednost i vazda moramo umjeti dati svakoj onaj utjecaj, koji joj najbolje dolikuje.

Prema onomu, što je govoreno o pojedinim metodama, moramo spoznati, da je zornost (analiza) i indukcija samo početak, uvod u znanje, da daju sirov materijal, koji heuristična metoda obrađuje i prerađuje. Stjecanje pravoga znanja vlastitom snagom uz pomoć učiteljevu čini sredinu, glavni dio obuke. Praktičnom upotrebom stečenoga znanja završuje se obuka.

Heuristična je dakle metoda najznatnija u obuci geometrije i njome se mora najviše služiti. No ni dogmatična se ne može prosto zabaciti, nego smo prinuđeni i nju upotrebljavati, ali samo onda, kad se tomu ukaže najveća potreba. N. pr. djeci se mora naprosto kazati, da

kružnica ima 360°, da se stranice pravokutnoga trokuta nazivaju hipotenuza i katete; u opće sve, što djeca ne mogu sama dokučiti, mora im se kazati.

Kadgod se pak radi o dubljem shvaćanju geometrijskih tvorina, treba upotrebljavati genetičnu metodu. A vidjeli smo, da je vrlo zgodna i za saznavanje svojstava i za dokazivanje. Ona je prisna prijateljica heuristične metode, s toga ih treba često spajati.

Kao što vidimo jedna samo metoda ne doseže, da se postigne konačni cilj. Vrlo je potrebno, da se metode izmjenjuju, da jedna pripravlja materijal za drugu, da jedna drugu dopunja; jednom riječi metode se moraju ukrštavati, jer samo tada daju zdrav i obilat plod.

Kako bi valjalo različne metode upotrebiti u obuci geometrije, pokazano je u nekojim primjerima.

B) Obučni oblik.

10. Obučni oblik u najužem je savezu s metodom. Savez je taj tako tijesan, da metoda upravo određuje, kakav treba da je obućni oblik, jer on ostvarava metodu. Metoda se ne može ni pomisliti bez obučnoga oblika.

Oblik dogmatične metode ne može biti nikoji drugi do a k r o a m a t i č k i, kad učitelj kazuje znanje, a djeca samo slušaju i primaju ga, kako znadu. Oblik heuristične metode jeste e r o t e m a t i č k i, kad učitelj pitanjima vodi djecu, da pronađu istinu. Genetična metoda služi se poglavito d e i k t i č k i m o b l i k o m, jer učitelj pokazuje, kako što postaje, a djeca gledaju. Ali je u njezinoj vlasti i pitajući oblik, jer kao god što je s postajanjem udruženo i razvijanje, tako se isto u genetičnoj metodi uz pokazivanje mora upotrebljavati i propitivanje, da i u djeci postaje i razvija se znanje.

11. Iz toga slijedi, da je za obuku u geometriji najznatniji oblik pitajući, koji je prema prirodi geometrije i prirodi čovječjega duha. S toga se ni u jednom predmetu ne postižu i ne mogu postići tako zreli plodovi, kao što upravo u geometriji.

Njime se prinuđavaju djeca, da svoje misli točno i jasno iskazuju, a nigdje nije točan i jasan izraz toliko potreban, kao što u obuci geometrije, jer se njime nagone djeca, da predmet točno i svestrano promatraju. Posljedica jasna promatranja jasno je mišljenje, a posljedica jasna mišljenja jasan i točan izgovor. Zahtijevajući dakle od djece, da jasno i točno govore, nagonimo ih, da točno promatraju i da jasno misle; nagonimo ih, da vlastitim radom pribavljaju sebi znanje, a ujedno ih osposobljavamo, da mogu vlastitim mišljenjem pronaći i pojmiti geometrijske istine; uzdržavamo u njih trajnu pažnju i neprekidnu duševnu radnju.

Ali nije dosta samo pitati. Učitelj mora pitanja tako stavljati, da se zaista postižu navedeni uspjesi. Idući s izvjesne točke (cilj obuke) mora raditi po dobro promišljenoj osnovi, da izvede djecu do postavljene mete, isto tako kao što radi i brodar, koji unaprijed znade, kamo stići mora, ali i čega se na putu mora čuvati i šta izbjegavati. Pitanja moraju da budu takova, da unose u djecu snagu razvijanja i da ujedno uklanjaju sve, što tomu razvijanju na putu stoji.

Dakle oblik obuke u geometriji mora biti ne samo pitajući, nego ujedno i razvijajući.

12. S učiteljevim pitanjima u uzročnoj su svezi dječji odgovori, kojima treba posvetiti naročitu pažnju. Odgovori iz geometrije imadu osebujan značaj. Bit će istina dosta djece, koja će dati nepotpune, nevaljale odgovore, ali će ih biti vrlo malo, koja će tako slabo odgo-

voriti, da odgovori ni za što ne bi valjali.. I ako dakle koje dijete ne odgovori potpuno onako, kako bi trebalo, ipak se u njegovu odgovoru nalazi klica, iz koje se može razviti potpuno dobar odgovor.

Preko takovih odgovora ne valja mûkom prelaziti, jer time postaju djeca malodušna videći, da se ne cijene njihovi odgovori, koji su potekli iz njihova najboljega znanja. Naprotiv, ako se učitelj ustavi kod takovih odgovora, ako s pomoću istine, koja se u njima nalazi, pomaže djeci, da dođu do potpune istine, i da mogu potpuno odgovoriti na odnosno pitanje, tada će u djece pobuditi pravi mar, istinsku težnju i živo natjecanje u traženju i poimanju, a naročito u iskazivanju istine. A to su koristi, koje se ne mogu dosta ocijeniti.

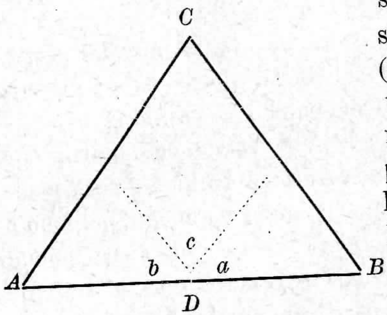
13. Osobiti oblik metode u geometriji jeste dokazivanje, jer tu nije dosta, da se samo sazna istina, nego je potrebno i znati, zašto je to istina. Dokazivanje je dakle sastavni dio metode.

Dokaz može biti analitičan, kad se geometrijska istina najprije kaže, pa se onda dokazuje, — ili sintetičan, kad se navedu svi mogući razlozi i tek iz njih izvodi istina.

Dokazivanje se mora prilagoditi samoj metodi obučavanja. Dogmatičnoj metodi dolikuje samo analitično, heurističnoj samo sintentično dokazivanje. I jedan i drugi način dokazivanja označen je gore u članku o metodi, a oba se mogu upotrebljavati u višoj pučkoj školi; sintetični, kad se istina traži, saznaje, a analitični kod ponavljanja.

Treba imati na umu, da se jedna te ista istina može dokazati na više načina, bilo da se dokazuje analitično ili sintentično. Od sviju treba izabrati onaj, koji je djeci najbliži. Drugima riječima: U višoj pučkoj školi treba geometriju predavati elementarno, a mahnuti se svake stroge

naučnosti, koja nije za tu školu. Dokaze treba udesiti što se može više zorno, naročito u šestom razredu, gdje se počinje sustavna obuka u geometriji. N. pr.: Djeca će sama lako doći na misao, da se u točki D (sl. 5.) moraju povući usporednice prema stranicama A C i B C, pa da se sva tri kuta trokuta A B C koncentruju u istome vrhu D. Saznadu dakle zorno, da unutrašnji kuti trokuta imadu 180°, — pa to im je ujedno i dokaz.



Sl. 5.

Dokazi se mogu potkrijepiti induktivnim putem na nekoliko slučajeva, naročito kod osnovnih istina, na kojima se osnivaju druge, da se što življe i što snažnije usade u svijest.

Dokazivanje je najteže u geometrijskoj obuci, pa ga upravo radi toga treba prilagoditi dječjemu shvaćanju. Strogo naučnomu dokazu mogu se djeca tek malo po malo privikavati i to samo onda, kad potpuno i savršeno poznadu istinu, u 7. i 8. razredu. Ono pak, što se zorno upoznalo, ići još i naučno dokazivati, bilo bi zaista suvišno. Djeca ne shvaćaju potrebu dokaza, jer poznadu osnove, na kojima se temelji istina, a znadu i put, kojim su je našli.

C) Obučni način.

14. Uspjeh obuke u geometriji zavisi mnogo i o načinu, kojim učitelj stupa u saobraćaj s djecom. To je lično svojstvo učiteljevo, a spoljašnji mu je izraz duh, koji učitelj unosi u obuku, njegov govor i ponašanje pri obuci.

Da uzmože učitelj unositi pravi duh u tako ozbiljnu nauku, kao što je geometrija, mora biti vještak u obučavanju i vesela lica dolaziti pred djecu. Sigurnost u pokazivanju, u zadavanju pitanja, u rukovanju sa spravama, u izvođenju konštrukcija i dokaza mora pokazivati na svakom satu obučavanja, isto tako kao što se mora i veselost i oduševljenje opažati na njegovu čelu i prosijavati iz njegovih očiju.

Govor treba da je živ, krepak i odmjeren, upravo onakov, kakav se zahtijeva i od djece, i kakav najbolje dolikuje geometriji. Nigdje se ne osjeća užasna dosada nepotrebnih riječi, kao upravo u obuci geometrije.

S djecom treba postupati ozbiljno, ali i vrlo strpljivo, osobito sa slabijom; jer učitelj mora imati na umu, da sva djeca nemaju jednake sposobnosti u shvaćanju, niti mogu jednako brzo misliti. Što je s djecom strpljiviji, to će veću pokretnu snagu dati njihovu mišljenju i vrijeme, za koje je držao, da ga je u početku izgubio, obilato će mu se poslije naknaditi.

Učitelj mora nastojati, da svjema stranama obučnoga načina odvraća dječju pažnju od svoje ličnosti, i da je okreće samomu predmetu. Obuci jako škodi, kad učitelj ne može kružnicu opisati jednim mahom, kad dugo namješta ravnalo, dok povuče pravac, kad nejasno govori, kad i za najmanju pogrješku viče i izdire se na djecu itd. Tada ne prate, niti mogu pomno pratiti njegovo obučavanje, što više useli se u njih neka zebnja, strah pa i odvratnost od samoga predmeta.

D) Obučna sredstva.

15. Sredstva, koja se upotrebljavaju u obučavanju geometrije, dvoje su vrste. Jedna služe za spoznavanje, druga za utvrđivanje geometrijskih istina.

Pomoćna sredstva prve vrste treba da su što prostija. Na njima ne smije biti ništa, što bi smetalo obuci.

Moraju da budu dovoljno velika, da sva djeca mogu lako zapaziti ono, što bismo upravo radi.

Moraju biti potpuno točna, jer netočna daju i netočne pojmove.

To su im u pogledu same nastave glavna svojstva. Obzirom pako na materijalno stanje škole trebalo bi, da su trajne i da ih škola lako nabaviti može.

Koja će se sredstva upotrebiti u nižoj pučkoj školi, lako se može saznati iz onoga, što je gore rečeno o učivu i metodi.

Viša pučka škola treba više sredstava, kojima će se predočiti postanak, a i međusobni odnošaj geometrijskih tvorina.

Ovdje ćemo označiti, koja bi po prilici bila od potrebe.

Da se predoči postanak kružnice, potreban je štapić, koji se jednim krajem može pričvrstiti za ploču.

Da se predoči postanak a i vrsta kutova potrebna su dva štapića, koji su na jednom kraju sastavljeni, pa da se dadu za ploču pričvrstiti i oko te točke okretati. Štapićima dadu se predočiti sve vrste kutova.

Sukladnost trokuta pokazuje se dvama trokutima od papira, drveta, itd.; svojstva paralelograma dvama sukladnim trokutima.

Osna simetrija u opće, pa i kod pojedinih likova pokaže se listom papira, koji se preklopi.

Čunjosječnice pokažu se na čunju, koji je srezan od repe, ilovače, itd. ili na gotovu čunju, na kom su rezovi već obavljeni.

Sredstva za predočivanje položaja pravaca i ravnina u prostoru, i jednih prema drugima, plošnih kutova i

uglova, lako će načiniti svaki učitelj, u koliko mu ih ne daje njegova najbliža okolica.

Za projiciranje potrebne su dvije daske, koje su jednim bridom vezane jedna za drugu, da se dadu sklopiti i rasklopiti, zatim pravci plohe i tjelesa, koja će se projicirati.

Za mjerenje duljina mora svaka škola imati metar razdijeljen na decimetre i centimetre, a jedan decimetar i na milimetre.

Za površine mora biti bar na ploči ili na zidu označen četvorni metar razdijeljen na četvorne decimetre. Mora imati poseban kvadratni decimetar, koji će učitelj i sam lako načiniti od ljepenke. Dobro je, da se vani, možda u vrtu, odbode jedan ar i jedan hektar.

Viša pučka škola mora imati kubični metar ili bar štapove, kojima se dade predočiti.

Da se pokaže, da je šiljnik i čunj trećina prizme i valjka, treba imati ta tjelesa šuplja iste osnovke i iste visine. Da se pokaže, kako su prizme, šiljnici, čunji, jednaki, ako imadu istu osnovku i istu visinu, treba također imati ta tjelesa šuplja.

Tu su pobrojena samo glavna sredstva. Učitelj, komu je do toga stalo i koji želi, da bude učitelj na svome mjestu, ponajčešće je upravo primoran, da sam slaže i pravi pomoćna sredstva, koja su mu potrebna pri cjelokupnoj obuci, jer pomoći ne treba izgledati ni od kuda već od sama sebe. A ne bi trebalo da škola u tom oskudijeva, i da je učitelj radi toga na živoj muci, kad danas imade za svaku sitnicu i vrlo valjanih i dosta jevtinih pomagala.

E) Obučni rad.

16. Sredstva, za koja smo gore kazali, da služe za utvrđivanje geometrijskih istina, nijesu više prosta sred-

stva u običnom smislu te riječi. Ona zahtijevaju živu radnju od strane učenika, a bogme i od učitelja. Zato se i ne nazivaju prosto sredstvima nego radnjom obuke. A to su govor, vježbanje crtanjem i zadaćama, pa ponavljanje. O ostalim obučnim radnjama (pitanja, odgovori, dokazi) govoreno je u članku o obliku metode, jer su tu bitne sastojine njegove.

G o v o r je glavna radnja u svojkolikoj obuci, jer se njime zaodijevaju misli u vidljivu odjeću i priučavaju djeca da mogu samostalno misliti. Kakav treba da bude govor, kazano je već kod pitanja i obučnoga načina. Učitelj mora vrlo brižljivo paziti na govor dječji. Na njemu se jasno ogleda, jesu li i koliko su djeca razumjela i pojmila obučavanje. Upravo radi toga zahtijeva se od djece, da govore u potpunim rečenicama, jer im se njima veoma razjašnjuju i razbistruju pojmovi.

U nižoj pučkoj školi ne treba djecu mučiti definicijama, jer moramo imati na umu, da po neki učenik izgovori posve točnu definiciju, a nema točna pojma, on je upamtio samo riječi; drugi opet imade posve točan pojam, ali ga ne može točno definovati. Zornost i ne podnosi definicija. Ako su djeca došla do pojma zornim putem, onda im i ne treba definicija. Za nju su dovoljni jasni opisi.

U višoj pučkoj školi treba zahtijevati i točnu definiciju, jer se njome djeca prinuđavaju, da točno i sigurno misle. A to već možemo i moramo zahtijevati od učenika više pučke škole.

Djeca će i geometrijska pravila, kad upoznadu postupak, moći sama potpuno i jezgrovito u riječi zaodjeti. Ako su n. pr. površinu pravokutnika izračunavala na čitavom nizu primjera, umjet će pravilo sama sastaviti: Površina pravokutnika proračuna se, ako se mjerni broj

dužine pomnoži mjernim brojem širine, ili kraće, ako se dužina pomnoži širinom.

Nije dakle dosta pamtiti geometrijsku formulu, nego je treba znati i kazati. No u tom se ne smije tjerati mak na konac, jer imade formula, koje je ili vrlo teško, ili ih pak nije moguće nikako izgovoriti. N. pr. formula za usebinu prikraćene piramide $U = \frac{v\,(O\,B - o\,b).}{3\,(B - b).}$

Što se tiče naziva ili imena geometrijskih, treba pustiti, da ih djeca sama daju, gdjegod se to samo može. A tu barem nema gotovo nikakve teškoće. N. pr.: Pravac leži ravno kao voda, zato ćemo ga nazvati vodoravan; naliči na krug voska — zato krug; postrane plohe idu u šilj — zato šiljnik, itd.

17. Nije dosta da djeca steku znanje, nego se moraju osposobiti, da mu umiju dati života, da ga umiju praktično upotrebiti. A to i jeste meta svegakolikoga učenja. Kakva je korist i od najvećega znanja, kad se ne zna šta početi s njime. S toga treba nastojati, da djeca mogu sama nešto stvarati, da se umiju i znadu pomoći u svakoj zgodi i nezgodi, koja ih zadesi u školi ili u životu.

To se postiže poglavito z a d a ć a m a, koje djeluju u dvostrukome pravcu. Jedne utvrđuju pravo znanje kontrolišući i učvršćujući spoznaju istina, razvijajući mišljenje, pobuđujući na radnju i uzdržavajući živi i trajni mar prema geometriji; drugima se pomaže djeci, da su gospodari svoga znanja, da ga umiju primijeniti u praktičnom životu, da neposredno ulaze u praktični život.

Prve se zadaće naslanjaju na učiteljevo obučavanje; druge se crpu iz samoga života.

Geometrijske su zadaće crtarske (konštrukcije) i računske (proračunavanje površine i usebine). Prema tomu

govorit će se ponajprije o crtarskim, a onda o računskim zadaćama.

18. Obuka u geometriji ne može biti bez crtanja. Oboje je u najužoj svezi, da jedno bez drugoga ne može biti, a jedno drugo ne može opet naknaditi; jer je jedno znanje, i zanima duh, a drugo je vještina, i stvar je ruke i oka. Ovdje se znanje i vještina stapaju u tako skladnu cjelinu, kao ni kod jednog drugoga predmeta obuke. Upravo radi toga iza spoznaje geometrijskih istina mora mahom da dođe crtanje.

K o n š t r u k c i j e se s potpunim pravom u velike cijene. Ali da budu od onoga utjecaja, o kom je malo čas govoreno, mora ih učitelj s djecom heuristično preduzimati. Ako ih djeca mehanično crtaju za učiteljem, ili ako ih učitelj prosto diktuje, tada ubija u djece svu slobodnu radljivost, ne postiže nikakva pravoga uspjeha, a konštrukcije same imadu samo dotle vrijednost, dok ih dijete pamti, ili dok ima bilježnicu, u kojoj ih je nacrtalo. Ne ide se za tim, da se djeca natrpaju množinom konštrukcija, nego poglavito za tim, da se osposobe, da sama i na razuman način rješavaju svoje zadaće, da ne vuku kojekakve crte bez ikakva smisla, nego samo one, koje su upravo potrebne u konštrukciji.

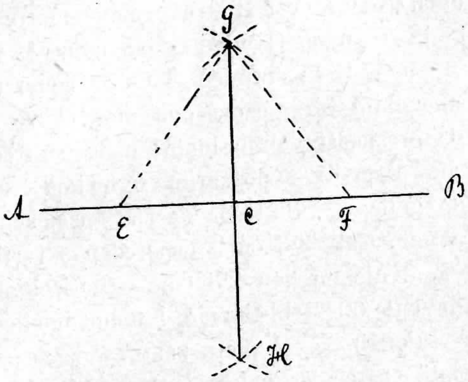
Rješavanje konštrukcija obavlja se na različan način. Ako se oslanjamo na već riješenu zadaću ili drugu lakšu, onda se to naziva redukcija. Jednu zadaću možemo riješiti analogijom, bilo da se zaključuje od posebnoga na opće, ili obratno. Druga se rješava mahom s pomoću geometrijskih mjesta. Treća s pomoću geometrijskih istina (poučaka). Kod gdjekojih se mora upotrebiti i po više od tih načina. To se naziva geometrijska analiza.

Prije nego se pristupi crtanju, mora se svaka zadaća analizovati. N. pr. Treba nacrtati trokut, ako su zadane stranice A B = 4·7 cm., B C = 3·5 cm. i A C = 2·6 cm.! Djeca će se valjda sama sjetiti, da treba ponajprije nacrtati stranicu A B. Sada se pitanjima sjete na to, da već imamo dva ugla trokuta A i B (i ako nađemo treći, trokut je gotov), da je ugao C udaljen od ugla A za stranicu A C, a od ugla B za stranicu B C, da ćemo tu udaljenost naći, ako obim stranicama opišemo lukove iz poznatih uglova. U presjecištu obiju lukova nalazi se treći ugao C, koji treba sastaviti s poznatim uglovima, da trokut bude sasvim gotov. — Ili treba nacrtati projekcije pravca a b, koji je dugačak 3·6 cm., usporedan s vertikalnom ravninom i od nje udaljen 2·3 cm., s horizontalnom ravninom čini kut 60° i bližim je krajem udaljen od nje 0·9 cm. — Ponajprije se mora znati, koja će se projekcija prije crtati. Ovdje vertikalna, jer se znade njezina duljina. Sada se mora znati, kakav položaj imade vertikalna projekcija prema osi (ovdje kos položaj) i kako ćemo taj njezin položaj označiti (ako se sa osi nacrta kut od 60°). Sada se označi udaljenost bližega kraja od osi (s pomoću geometrijskoga mjesta, usporednice udaljene od osi 0·9 cm.) i napokon se označi duljina same vertikalne projekcije (3·6 cm.). Sada je i horizontalnu projekciju veoma lako označiti.

Kao što vidimo, dosta je teško rješavanje geometrijskih konštrukcija i prije nekog izvjesnoga vremena uzaludno je zadavati ih. Djeca moraju imati toliko geometrijskoga znanja, koliko zahtijeva zadaća, moraju biti vješta u rukovanju sa spravama za geometrijsko crtanje i napokon moraju zadaću razumjeti, t. j. moraju je znati analizovati. Obučavajući u geometriji učitelj će o svem tom jednako voditi brigu.

Kad se dogotovi konštrukcija, vrlo je korisno, ako se sve, što se odnosi na nju, složi u cjelinu. A to je

zadaća: Valja u točki C pravca A B nacrtati okomicu (šestarom i ravnalom). — Konštrukcija: Ako se s obje strane točke C odrežu jednake dužine, pa iz točaka E i F opišemo gore i dolje lukove, i ako točke G i H spojimo, tada je G H ⊥ A B. — Dokaz: Ako spojimo točke E i G, G i F, postane istokračan trokut E G F, u kom visina G C stoji osovno na podnici, pa dakle i na pravcu A B.



Sl. 6.

Iz početka se daju što lakše, a malo po malo sve teže i zamršenije zadaće, da se u djece sve više razvija mišljenje i da se osposobljavaju za samoradnju. U tome pogledu ne smiju biti zadaće odveć teške, moraju biti prema obrađenomu gradivu i snazi dječjoj. N. pr. Iza crtanja pravokutnoga trokuta s pomoću kateta, dade im se da ga crtaju s pomoću katete i hipotenuze, a kad saznadu, da su svi kutovi u polukrugu pravi, neka nacrtaju istokračan pravokutan trokut, kad je zadana sama hipotenuza. Na djecu osobito povoljno utječe crtanje geometrijskih zadaća, ali ih u toliko više ubija nemoć razriješiti ih. Ništa ne razbuđuje u učenikâ toliko veselje prema geometriji, kao kad sami mogu riješiti zadaću. Zato im se mora posvetiti osobita briga.

Treba imati na umu, da djeca moraju poznavati i takove konštrukcije, koje se ne osnivaju na njihovu znanju

geometrije, kojih dakle ne razumiju, ali koje su im od prijeke potrebe bilo u geometriji samoj, bilo u geometrijskom ornamentu ili gdje drugdje. N. pr. Vrlo je potrebno, da djeca znadu konštrukciju pravilnoga peterokuta, koju ne mogu nikako pojmiti, moraju je dakle prosto pamtiti. Takove konštrukcije moraju se s djecom često ponoviti, da im se duboko usade u pamćenje. Na svu sreću takovih je konštrukcija dosta malo. Svakako se učitelj mora dobro uzeti na um, da se ograniči samo na ono, što je od prijeke nužde.

Budući da je geometrija od vrlo velike znamenitosti u praktičnome životu, nemaju zadaće gotovo nikakve vrijednosti, koje se ne izvode na stanovitim mjerama. Upravo takovim zadaćama dobiva geometrija za praktični život onakovu vrijednost, koju zaista i mora imati. Uz to se djeca za rana priučavaju redu i točnosti, smotrenosti i pažljivosti. Time se unosi u samu obuku red, pravilnost, stalnost i sigurnost, a daje se i jak osnov, na kojem će praktični život razviti izvanrednu vještinu. Zadavati dakle treba ovakove zadaće: Nacrtati treba pravilan šesterokut sa stranicom s = 35 mm.! — Trokut sa stranicama A B = 5·4 cm., B C = 3·7 cm., A C = 4·6 cm. treba pretvoriti u drugi s visinom 5·2 cm.! — Nacrtaj projekcije ovog upravnog čunja! (v = 5·1 cm., r = 4·2 cm., stoji na horizontalnoj ravnini, a od vertikalne je udaljen 1·2 cm.; ove mjere treba da pronađu sama djeca).

19. Računske zadaće moraju biti isprva konkretne, t. j. moraju se odnositi na poseban geometrijski oblik. N. pr. Proračunava se površina table, školskoga vrta, dvorišta itd., pravokutnika, trokuta itd., koji djeca nacrtaju na ploči ili u svojim bilježnicama. A onda će tek biti djeci razumljive i apstraktne zadaće: Kolika je usebina kocke, kojoj je svaki brid 3 dm. dug?

Zadaće moraju teći nekim postupnim redom. Ponajprije se uzimlju zadaće s cijelim brojevima (ovaj je pravokutnik dugačak 6, a širok 4 cm., kolika mu je površina), a onda tek zadaće s česnicima. (Koliki je plašt istostrana valjka, kojemu je promjer osnovke 5·4 cm.). Inače ove posljednje ne bi bile posve jasne.

Djeca će svakako sumnjati, kako to da je pravokutnik, koji je $8^1/_3$ cm. dug, a 6 cm. širok, velik upravo 50 cm.² Da ne sumnjaju, moraju se takove zadaće u prvi mah i grafično izračunavati. Djeca će opaziti, da u pravokutnik stane 48 cijelih cm.² i da još ima šest uskih pruga, svaka velika trećinu cm.² a zajedno iznose upravo 2 cm.² Kad smo tako uvjerili djecu o istini na nekolikim zadaćama, možemo bez zazora prijeći netočnim zadaćama.

Iza zadaća, koje utvrđuju stečeno znanje, neka dolaze zadaće, u kojima se znanje praktično upotrebiti mora. N. pr. Kolik je opseg kruga, koji je jednak istostraničnomu trokutu sa stranicom s = 3·2 dm.² — Premjer osnovke istostranična čunja dugačak je 4 dm., kolik je brid kocke od iste usebine?

Napokon dolaze zadaće iz praktičnoga života. N. pr. Koliko stoji njiva, koja je 342·5 m. dugačka a 162·7 m. široka, ako ar stoji 190 kr.? — Koliko će se kirije dobiti za kladu, koja je 18 m. duga, sa svake strane po 65 cm. debela, ako se m³ po 10 kr. plaća? Hrpa žita visoka je 0·6 m., u opsegu ima 12·8 m., koliko žita ima u njoj? — Takove zadaće moraju se crpsti iz samoga života. Domaće stvari, mjere i cijene moraju se naročito uzeti u obzir, jer inače to nijesu praktične zadaće, pa više škode nego koriste, te im djeca ne poklanjaju dovoljno pažnje. Budući da ih vrlo malo ima u školskim knjigama i zbirkama zadaća, mora ih učitelj sam sastavljati ili barem prenačinjati. U izvjesnim prilikama dobro je i vrlo povoljno utječe na djecu, ako i ona sudjeluju u sastavljanju tih zadaća. Djeca će možda znati, pošto se prodaje ar livade, oranice; koliko se dobije kirije za m³; koliko centi sijena daje hektar livade; itd., pa se to njihovo znanje upotrebi u zadaći.

Što se tiče pravila za izračunavanje zadaća, treba vazda nastojati, da ih djeca sama nađu. Tako se osposobe, da pravilo ponovo pronađu, ako ga slučajno zaborave. Najbolje je, da se pravilo traži na konkretnom materijalu, pa se onda zaodjene u riječi i napokon naznači općom, algebarsko-geometrijskom formulom. N. pr. opseg kruga = 2 r π. Dijete mora znati, šta koje slovo u formuli znači i da se njime predočuje mjerni broj geometrijske protege.

U geometrijskim zadaćama nikako nije probitačno računati s velikim brojevima; jer onda odviše iskače račun, a geometrija se pri tom vrlo lako gubi iz vida.

Što je gore rečeno o rješavanju konštrukcija, vrijedi i za rješavanje računskih geometrijskih zadaća.

20. I p o n a v l j a n j e m utvrđuje se znanje. Davnašnja je istina, da je ponavljanje mati znanja, a ništa se lakše ne zaboravi nego geometrija.

Ponavlja se kod kuće i u školi. Prvo je teže, jer dijete radi samo; drugo je lakše, jer učeniku pomaže učitelj. Djecu treba često upućivati, da kod kuće ponavljaju bez knjige, a tek onda, kad zapnu, da uzmu knjigu u pomoć. Tako će znanje bolje učvrstiti i lakše će se priučiti samostalnosti. Treba im dobro utuviti u glavu, da ponavljanje iz knjige prostim čitanjem ništa ne vrijedi, nego da se uvijek mora ponavljati olovkom u ruci i crtanjem.

U ponavljanju pojedinih odsjeka treba se obazirati na glavne momente, da se utvrdi logični savez geometrijskih istina.

*

Ma da treba često ponavljati, uvijek valja gledati, da ponavljanje ne bude monotono, no da se uvijek učini kao nešto nova. N. pr. Raspolovnice kutova u trokutu sastaju se u jednoj točki. Sad kolikogod se puta to ponavlja, svakiput treba uzeti drugojačiji trokut, sad s duljom osnovkom, sad pravokutan, sad s većom visinom, sad tupokutan itd.

Što se više ulazi u geometriju, mora se sve to češće ponavljati, jer se onda često doziva u pamet sad ova, sad ona istina i ukorjenjuje sve to dublje u svijesti. Kod pretvaranja likova, gdje dolazi sukladnost trokuta, može se ponoviti sve o trukutu. U stereometriji može se ponoviti cjelokupna planimetrija, na bridnjaku četverokut, na valjku kružnica itd. Takovim ponavljanjem postaje geometrija djeci ne samo zanimljiva nego i potpuno razumljiva i trajna svojina njihova. Tim im se ujedno izvanredno oštri snaga posmatralica i sve više spoznaju, da je geometrija eminentno znanost praktičnoga života, ili, kao što kaže Fresenius, gramatika vaselene.

I ispitivanje nije ništa drugo do ponavljanje, jer svi slušaju, što govori onaj, koji se pita.

F) Obučna knjiga.

21. U obuci geometrije obučna je knjiga od osobita značenja. S toga ćemo o njoj ovdje posebice govoriti.

Ako uzmemo na um, da djeca sama pronalaze geometrijske istine, da je jedna istina u uzročnoj svezi s drugom, da prema tomu jedna drugu potpomaže, da se obadvije uzdrže u pameti, onda ćemo odmah pristati uz to, da za geometriju ne treba nikakve obučne knjige, kao što je potrebna za druge predmete obuke. Predaje li učitelj geometriju, kako treba, onda je zaista ne treba; ako ne, tada je od veoma male koristi. Mnogo bi korisnije

bilo, kad bi se za učitelje pisala praktična i opširna uputstva. Za učenike bi dovoljna bila dobro uređena zbirka konštrukcija i računskih zadaća.

Jedini razlog, koji govori u prilog obučnoj knjizi, jeste ovaj: Olakšava djeci prijegled geometrije, ima zbirku konštrukcija i računskih zadaća.

Pa i tada služi samo kao pomagalo kod ponavljanja. A da je djeca mogu koristonosno upotrebiti, treba da se nalazi na visini geometrijske znanosti, kako bi bio dobar putevođ i dobar pomoćnik. Ne treba da je baš do sitnica izrađena, kao usmeno učiteljevo obučavanje, ali ne smije da bude ni manjkava; treba da je udešena prema školi, kojoj je namijenjena. Osobito se mora paziti, da joj je jezik korektan i jezgrovit, a naročito da je sastavljena metodično.

Malo je geometrijskih obučnih knjiga, koje bi udovoljavale svim tim zahtjevima.

V. Geometrijsko crtanje.

1. Govoreći o znamenitosti geometrije rekli smo nekoliko riječi i o geometrijskom crtanju. Ovdje ćemo nadopuniti, što tamo nije kazano.

Crtanje mora ići rame uz rame s geometrijom; ono joj je potrebno kao živomu stvoru hrana. Ne samo da popunja i utvrđuje geometrijske istine, nego ih oživotvorava odijevajući ih u tako vidnu odoru, kako se to riječima nigda učiniti ne može. Iznosi nam ih pred oči kao živa bića, jer gledamo, kako postaju i dalje se razvijaju. U tom se ne može nijedan drugi predmet obuke isporediti s geometrijom.

I u nauci o projekcijama, u nauci o sjeni, u peršpektivi sačinjava geometrijsko crtanje reći bi suštinu, bez koje te nauke ni postojati ne bi mogle. Pa i samo računstvo nalazi u njemu toliku potporu, dok je veliki učenjak prošloga stoljeća, Isak Newton, veoma žalio, što nije svoje algebarske zadaće i geometrijski izradio.

Geometrijsko crtanje čini lijepe usluge i uzgoju: vježba mjerenje od oka, privikava djecu na red i pravilnost, razvija estetičko čuvstvo, upućuje ih, kako će pronaći istinu, osposobljava ih, da mogu oblik i položaj predmeta oko sebe točno predočiti, jako im oštri mišljenje nagoneći ih, da točno shvaćaju geometrijske tvorine i da točno izrađuju geometrijske zadaće.

Osobit je utjecaj geometrije na razviće estetičnoga čuvstva, jer geometrijski oblici pružaju vrlo izdašnu građu za ornamentiku. A da je tomu tako, dokazala je ornamentika mahom od svoga postanka, pa sve do dana današnjega.

Vrlo je malo zanatnika, kojima ne bi bila potrebna, makar i u najprimitivnijem opsegu. Ako su običnomu zanatniku potrebne tek najglavnije stvari, neimari, umjetnici, mjernici, šumari, vojnici, raznovrsni mehaničari itd. ne mogu obavljati svoga posla i svoga zvanja onako, kako treba, ako nijesu vještaci u geometrijskom crtanju.

2. Geometrijsko je crtanje ili konštruktivno, ili ornamentalno, ili projektivno. I svako imade isto toliku vrijednost za uzgoj, koliku imade za znanost (umjetnost), kao i za praktični život.

Koliko će se koja škola baviti njime, odlučuje uvijek opseg same geometrije, koji se uči u odnosnoj školi.

Niža pučka škola crta crte, kutove, plohe i tjelesa. Crtanje tjelesa po punome modelu bilo bi za djecu niže pučke škole odviše tegotno i apstraktno, zato ih treba crtati po modelu od žice. Djeca vide tu samo crte, koje će crtati bez velike muke. Malo će koja naša škola imati žičane modele geometrijskih tjelesa. Učitelj pregalac lako ih može sam načiniti, n. pr. kocku od žičanih prutića i od 8 krugljica od voska.

Viša pučka škola crta jednostavne konštrukcije, koje se osnivaju na preduzetom gradivu geometrije: najobičnije geometrijske ornamente, najprostije projekcije, koje djeca više pučke škole mogu i shvatiti i izraditi, geometrijska tjelesa u paralelnoj perspektivi i njihovu mrežu.

Geometrijsko crtanje nije lak posao naročito u početku, a zaprema i mnogo vremena. Radi toga ne smije se na djecu mnogo navaljivati, nego polagano, ali sigurno

naprijed koračati. Treba imati na umu, da je osobito u početku najprikladnije ono, što je najbolje, što zadovoljava svjema namjenama geometrijskoga crtanja. Nije potrebno, da djeca znadu desetak konštrukcija o polovljenju kuta, ili da znadu nekoliko konštrukcija pravilnoga peterokuta, dosta je da znadu jednu valjano, koju će moći svagda i u svakoj prilici sigurno i točno izvesti.

Zadaća je geometrijskomu ornamentu, da razvija estetičko čuvstvo. Ali za to ne treba crtati bogzna šta; dosta je nekoliko glavnijih tipova (krivuljice, ruže, obrube, prepletaj, itd.), koje su djeca u nekoliko već prije crtala prostom rukom. U ostalom ne da se točno odrediti, što će se sve crtati, jer o tom odlučuje vrijeme i potrebe praktičnoga života. U prirodi je geometrijskih oblika, da mogu vrlo živo razvijati čuvstvo za ljepotu, pa kad oni to mogu, dužnost je školina, da u tom pogledu svoje uradi. Ali ne samo suštinom ornamenta nego i izvođenjem, t. j. crtanjem mora se zadovoljavati estetičkomu čuvstvu.

Projektivno crtanje preduzimlje se samo u toliko, da djeca pojme, što je to projekcija točke, plohe i tijela; da znadu, zašto je tlocrt čunja krug, tlocrt pravilne četverostrane piramide četvorina s dvokutnicama, a nacrt obiju tjelesa istokračan trokut; itd.

Vrlo je potrebno, da djeca znadu crtati i geometrijska tjelesa. Mogu se crtati i po centralnoj ili po paralelnoj perspektivi. Djeci je mnogo pojmljivije, ako se crtaju po paralelnoj perspektivi. Pa tako se i crtaju u svjema obučnim knjigama geometrije.

Nadalje je vrlo potrebno, da se crtaju i mreže tjelesa. A mreža tijela nije ništa drugo, do li njegove plohe razastrte u ravninu. Viša pučka škola crta mreže upravnih tjelesa, jer crtanje mreža kosih tjelesa i kruglje zadaje dosta muke.

Crtanje mreža korisno je s dvojakoga razloga. Djeci se zorno predočuje i ojačava pojam o površini tijela i olakšava proračunavanje njezino; djeca dobijaju sredstvo i način, da mogu sama sklopiti geometrijsko tijelo.

U djece će se svakako poroditi želja, da sama prave geometrijska tjelesa. Učitelj treba da tu dječju želju potpomaže pokazujući im zorno, kako će to na najlakši način postići. U ostalom ne treba to od njih zahtijevati, jer i onako imaju dosta svakovrsna posla, ali im ne treba toga ni kratiti.

Naša nastavna osnova zahtijeva geometrijsko crtanje u ovom opsegu:

U VI. razredu: Vježbe u upotrebi crtaćih sprava. Rješavanje geometrijskih zadataka konštruktivnim načinom u savezu s obučnim gradivom iz geometrije, pa crtanje prostih geometrijskih ornamenata.

U VII. razredu: Kod praktičnih vježbi u crtanju rješavat će se različne zadaće, koje stoje u savezu s uzetim gradivom i upotrebiti na crtanje geometrijskoga ornamenta iz tehničke prakse.

U VIII. razredu: Kod vježbi u geometrijskom crtanju uzet će se konštrukcije čunjosječnica, njihovih tangenta i normala, a zatim na osnovi zorne obuke projiciranje točke, pravca, višekuta i prostih geometrijskih tjelesa kao i prostih tehničkih objekata na dvije prometne ravnine.

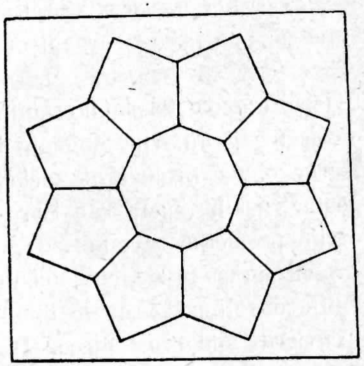
Niža pučka škola crta samo prostom rukom, obično na kamenim pločicama. To nije dovoljno. A da je tomu tako, mogao se svaki učitelj uvjeriti kod svoje djece. Da točno nacrtaju četvorinu, krug, itd. pomažu se sredstvima, koja su sama smislila. U ostalom točni geometrijski crteži i ne dadu se prostom rukom izvesti, a nijesu li točni, mala je od njih korist. Ako je u prvi mah i dovoljno crtanje geometrijskih oblika prostom rukom, jer djeca još

ne bi umjela crtati spravama, trebalo bi i dobro bì bilo, da se djeca 4. i 5. razreda upute u geometrijsko crtanje s pomoću za to određenih sprava. To bi u obuku unijelo više zanimljivosti, a za praktični život bilo bi od veoma velike koristi. Zanatnik, koji mora točno raditi, mora znati upotrebljavati sprave za geometrijsko crtanje i okretno crtati.

3. Kad geometrijsko crtanje potpomaže upravo popunja geometrijsku nauku, blizu je pameti, da mora doći odmah, kako se svrši koja partija. Kad se prouči postanak i svojstva trokuta, dolazi odmah crtanje trokuta. Tako se znanje i vještina potpomažu.

Svekoliko crtanje mora biti zorno u početku, da djeca uzmogu crteže razumjeti, i da time steku sposobnost, da mogu crtati s razumijevanjem.

U različnim planimetrijskim konštrukcijama postupa se u glavnom na isti način kao i u samoj planimetriji. O tom je govoreno već kod konštrukcija.



Sl. 7.

U ornamentalnom crtanju treba pred djecu iznijeti gotov ornamenat, da ga djeca upoznadu u cijelosti. Kad djeca dobiju ornamenat, moraju se uputiti, kako će ga najlakše nacrtati. Učitelj izvjesi ili prije nacrta na ploči ornamenat, što ga pokazuje sl. 7. Djeca treba da umiju uočiti, od kakvih je likova složen, kako su ti likovi poređani, kakav razmjer postoji među njima, treba li u crtanju kakvih pomoćnih crta, gdje će početi crtati, i kako će dalje postupati, dok ne budu gotovi.

S pomoću učiteljevih pitanja djeca će bez velike muke sve to lako uočiti, a onda im i samo crtanje ne će biti baš tako teško. Vrlo će lako pojmiti, da moraju načiniti pravilan osmotrak. Ako pojedine trakove raspolove, dobiju točke za osmerokut, a spoje li krajeve trakova, dobiju simetrične peterokute. Napokon uokvire ornamenat.

U projektivnom crtanju glavno je, da djeca pojme, da se tlocrt dobije, ako se na geometrijsku tvorinu gleda ravno odozgo, a nacrt, ako se na nju gleda ravno sa strane; da se dakle projekcije dobiju samo s pomoću okomica. Da se djeca valjano upute u crtanje projekcija, treba da ponajprije označuju projekcije na prometne ravnine u njihovu pravom položaju (kad stoji jedna na drugoj osovno), zatim se rasklope u jednu ravninu, da se vidi, kako treba crtati projekcije.

Razdijeljena su mnijenja, čim da se počne projiciranje: točkom ili tijelom. Meni se čini, da se preko projekcije točke mnogo lakše pojmi projekcija pravaca i ploha, a preko ovih projekcija tijela i crtanje njeno, nego obratno.

Kako treba postupati u projektivnom crtanju, kazano je, koliko je trebalo, kod crtarskih geometrijskih zadaća.

Ako se djeci zorno pokaže plašt čunja s pomoću papira, koji se omota oko njega, tada im ne će biti teško pojmiti, da mrežu čunja moraju nacrtati kao isječak kruga s kružnicom odozdo. Radius toga kruga jednak je bridu čunja, a luk isječka jednak je opsegu kružnice.

I geometrijsko crtanje mora da bude praktično. O konštrukcijama smo već govorili. Crtanje geometrijskih ornamenata onda je praktično, ako se što više oslanja na poznate proizvode umjetnosti. (Jeste li vidjeli na čem taj ornamenat? — Danas ćemo crtati ornamenat, koji ste često vidjeli (u crkvi, na preslici, na tovariji, itd.). Šta se

može uresiti tim ornamentom? — Bi li se mogao taj ornamenat metnuti na preslicu, na vrata, itd.? — Tada će ornamenat moći jače utjecati na estetičko čuvstvo dječje i djeca će ga veselije crtati nego drugi, za koji ne znadu, što bi s njim počeli.

Projektivno je crtanje praktično i osobito plodonosno ako se projiciraju zbiljska tjelesa po umanjenome mjerilu (1 dm. = 1 cm. ili 1 m. = 1 cm.). Djeca moraju potrebne protege tijela sama mjeriti, što je za praktičnost od veoma velike vrijednost.

Kao što se vidi, u geometrijskom crtanju mora se ići istim putem, kojim se ide i u obuci same geometrije, ako ćemo da donosi pravi plod, i da se djeca njime uzalud ne muče i ne trate vrijeme.

4. Mahom od početka moraju se djeca priučavati na najveću točnost, jer jedna pogrješka vuče za sobom drugu još veću i napokon cijeli crtež ne valja ništa. Točnost je prvo svojstvo geometrijskoga crteža. Ona mu i daje praktičnu vrijednost.

Točnost zahtijeva, da se razvije najveća pažnja i smotrenost u izrađivanju crteža i upotrebi crtaćih sprava. Dobro treba paziti, kako dolazi jedna crta za drugom, gdje se počinje jedna, a gdje se svršuje druga, kuda ide ova, a kamo ona, gdje treba povući osovnicu, u-porednicu ili drugu kakvu crtu; dobro treba paziti, da crta izlazi i upada upravo u onu točku, koja je za to određena.

Geometrijsko je crtanje dosta težak posao: s toga treba usaditi u djecu ustrajnu marljivost i osobitu strpljivost, jer bez toga nema ništa. Tko nije dosta strpljiv, taj zapetlja i iskvari sav crtež. Strpljivost zahtijeva, da se polagano crta, da se pazi na sve prilike i neprilike, koje se ukazuju prigodom crtanja, da se pazi na izrađivanje i dovršivanje crteža. Tekar onaj, koji je pravo marljiv i

strpljiv, može da postigne osobitu vještinu u geometrijskom crtanju, te može poslije i brzo i točno i lijepo crtati.

Djeca se moraju nadalje priučiti najtočnijoj urednosti. Uredan učenik ima sve stvari, što mu trebaju, i drži ih vazda u najvećem redu i čistoći. Kod samoga crtanja postavi ih preda se na desnu stranu, da su mu odmah pri ruci, da ne mora svaki čas trčati sad po ovo sad po ono, jer se tim uludo trati skupocjeno vrijeme, a ne može se crtanju pokloniti onolika pažnja, kolika je potrebna. Neurednost je najveća nesreća za učenika, koja ga pravi bogaljem.

Napokon moraju se učenici priučiti najvećoj čistoći, koja je prvi uvjet ljepote i prvi znak urednosti. Sve crtaće stvari moraju biti čiste, jer se blatnima ne može čisto raditi. Za samoga crtanja mora se sve izbjegavati, što bi uzrokovalo nečistoću. Naročito treba paziti, da su ruke čiste, jer se od nečistih ruku zablati sve drugo. No i uz najveću pažnju zablate se ruke od znoja, kad se zarezuje olovka, kad se umeće tuš u pero i inače, i svakad se moraju mahom čisto otrti. Poslije crtanja moraju se sve stvari dobro očistiti i dobro spremiti.

Da se djeca uzmogu tomu priučiti, mora im učitelj vazda prednjačiti, kadgod crta pred njima bilo na tabli ili na papiru. Naročito mora paziti, da uvijek crta crtaćim spravama a nigda ne smije, makar da je najveći vještak, crtati prostom rukom, jer time zavodi djecu na površno i netočno crtanje.

5. Iz početka mora biti crtanje zajedničko, t. j. cijeli razred crta jedno te isto; učitelj na tabli, a svako dijete na svom papiru. Samo tako mogu se valjano uputiti u taj dosta teški posao. Poslije je dovoljno, da se geometrijski crteži iz bilježnica prenose na crtaći papir, ili da mahom crtaju prema mjerama, koje im se dadu.

Ali prije nego se počne crtati, moraju se djeca uputiti u svem, što je za to potrebno, i sjetiti na sve, na što moraju paziti pri crtanju.

Ponajprije se upute, da se papir pričvrsti za dasku čavlićima, i da mu se dade takov položaj, da gornji kraj pada u isti pravac s crtaćim ravnalom, kad se metne po dasci. To znatno olakšava crtanje, jer se vodoravni i osovni pravci vrlo lako vuku, te time uštedimo mnogo vremena.

Svaki se list mora prije crtanja uokviriti. Širina okvira udešava se prema veličini papira. Ako je papir manji, okvir je uži; ako je veći, okvir je širi. Osim toga obrubi se papir užim spoljašnjim okvirom, koji se nakon crtanja odreže. Najbolje je, da djeca oba okvira načine prije, nego se počne crtati prema mjerama, koje im učitelj naznači, jedno da se dobije više vremena za crtanje, a drugo da svi listovi budu jednaki.

Unutrašnji prostor za crtanje razdijeli se na pačetvorine, i to na toliko, koliko će biti slika. Prema veličini papira stavlja se na svaki list 6 do 8 slika imajući na umu, da slike moraju biti dosta velike i razgovetne. Ne treba crtati velikih slika, jer se njima troši uzalud vrijeme; još je gore crtati malene slike, jer se tim navaljuje na djecu ogroman posao, koji ona nikako ne mogu valjano da izvedu.

U svaku pačetvorinu namjesti se slika simetrično, t. j. tako da ostaje po prilici jednaka širina s desne i s lijeve, s gornje i s dônje strane. To ne će biti tako teško udesiti, jer se sve crta po izvjesnim mjerama i jer se iz početka crtaju sasvim jednostavne stvari, malo po malo izoštri se dječja pažnja toliko, da mogu unaprijed označiti, kako će ispasti cjelokupna slika. U tom je najteže sa zamršenim konštrukcijama, najlakše s ornamentom.

Svi crteži izvode se ponajprije olovkom, jer se i najvještijem crtaču može desiti, da povuče crtu, kuda ne bi trebalo, pa da se može lako ispraviti. Pogrješnu crtu nije dobro odmah brisati, jer se uz nju mogu i druge otrti. Treba je ostaviti i samo naznačiti, da ne valja (—|-|—), pa će se na kraju krajeva otrti.

Crta se uvijek stojeći. Sjedeći se ne može crtati, jer onda učenik nema ni slobodna kretanja ni dovoljna pogleda na crteže, a bez toga ne može se nikako crtati. Uz to crtanje sjedeći škodi veoma zdravlju.

Pri crtanju se zauzme uvijek takov položaj ili se daska tako okrene, da crta pada u svjetlo. Pada li u sjenu ravnala, ne samo da se ne može točno crtati, nego se još uza to i oči kvare.

6. Dobro je prije crtanja konštrukcija preduzimati vježbe u geometrijskom crtanju, da se djeca priuče rukovati spravama. Vježbe treba udesiti tako, da se djeca uvježbaju vući i izvlačiti pravce, usporednice i okomice onako nasumce i iz stanovitih točaka i u svakovrsnome položaju crtaćim ravnalom samim i trokutom, da se nauče vući pravce između točaka, osobito ako su točke blizu, da spajaju presjecište dvaju pravaca i drugih crta. Nije baš tako lako vući pravac između točaka, kako se misli na prvi mah. Ravnalo treba umjeti postaviti tako, da crta ide upravo iz jedne točke u drugu. Dobro je, ako se točke prije toga markiraju, kad se šiljastom ne tupom olovkom lagano ubode kraj pravca, presjecište pravaca ili pravca s lukom, dakle točka, koja će se spojiti s drugom. Tada se točke bolje vide i ravnalo se mnogo lakše naravna. Time nastaju u papiru male udolice, pa kad se vuče pravac, pozna se na olovci, da li je točno pala u nju.

Osobitu brigu treba posvetiti rukovanju šestarom, jer inače su u tom djeca dugo nespretna. Radi toga neka

crtaju koncentrične krugove, kružnice s njenim crtama, kružnice, što se diraju itd.

Neka se uče izvlačiti raznovrsne crte tanke i debele, pune i isprekidane, sad tanke isprekidane, sad debele isprekidane, sad isprekidane s potezom i točkom.

Učitelj mora obratiti veliku brigu tehničkoj strani geometrijskoga crtanja. Mora djecu dobro i valjano upućivati i uputiti, kako će se služiti kojom spravom. Mora biti na svakom koraku djeci od pomoći; sad upućivati, sad pokazivati, sad ispravljati sve dotle, dok se toliko ne upute, da mogu i sama bez ičijega nadgledanja raditi.

Te vježbe ne smiju biti komplikovane; što su prostije, postiže se bolji uspjeh. Ne smiju ni odviše dugo trajati, ali ne valja ni raditi na vrat na nos, nego polagano koračati; jer tko polaganije ide, sigurnije ide, pa dalje i dođe.

Možda će se gdjekomu učiniti ove vježbe suvišne i nepotrebne, jer bi se i crtajući konštrukcije postigao isti uspjeh, koji i s tim vježbama. Istina. Ali s tim vježbama postignu djeca vještinu u rukovanju sa spravama, svladaju dakle dosta veliku tegobu, te onda svu svoju pažnju mogu posvetiti konštrukciji i ne moraju se boriti s dvije nevolje najedanput. Isto tako i učitelj.

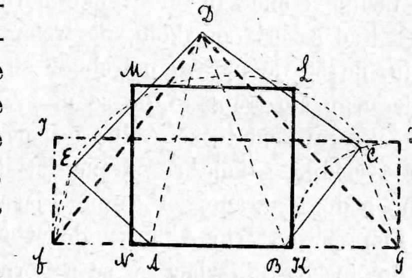
7. Svi geometrijski crteži izvlače se tušem, a da budu razgovetni odmah na prvi pogled, ne izvlače se sve crte jednako. Ono, što je zadano, izvlači se obično punom tankom crtom; pomoćne crte tankom isprekidanom crtom; rezultat punom ili isprekidanom debelom crtom.

U pretvaranju likova dolazi takovih slučajeva, da se zadani lik tek s pomoću drugoga može pretvoriti u onaj, koji se zahtijeva. Ti pomoćni likovi izvlače se također debelom, ali isprekidanom crtom, i to tako, da se crte jednoga sastoje od poteza, a kod drugoga se među poteze

umetnu točke. Sve se to može vidjeti na sl. 8., gdje je peterokut A B C D E pretvoren s pomoću trokuta F G D i pravokutnika F G H I u kvadrat K L M N.

Sve vrste crta moraju biti jednako izvučene. Vrlo je ružno vidjeti, ako je jedna crta deblja, a druga tanja. Da se tomu udovolji, najbolje je ponajprije izvući sve zadane crte i likove punom tankom crtom, zatim se rezultati izvuku debelim crtama i napokon se izvuku pomoćne crte. Posljednje mogu biti tanje od najprvih. Tako će se postići bez ikakve poteškoće jednoličnost u pojedinim vrstama crta, jer se iste crte vuku istim otvorom pera.

Ako u konštrukciji imade kružnica, tada se najprije one izvuku, jer se onda ostale crte, koje su u svezi s njima, lakše i točnije s njima svežu.



Sl. 8.

Da se mogu sve crte lijepo i jednako debelo izvući, dobro je sav list otrti kruhom. Nije dobro, da je vlažan, jer se onda lijepi za papir, a ne valja ni da je tvrd, jer onda para papir. Kruh odnese sve blato i suvišni grafit s papira i onda se pero kliže po papiru kao po ledu, i vuče sasvim lijepe crte.

Ali i od kakvoće tuša zavisi izvlačenje. Ako je gust, crte se vuku teško i nejednako, jer se u peru vrlo brzo osuši, pa ne može da teče jednako. Mora dakle biti dosta židak, a opet dosta crn. Tuš se oko krajeva pera svakako brzo suši, osobito ako je suh dan, ili je u sobi toplo. Ako pero ne će dobro da izvlači, mahne se njime po gornjoj strani lijeve ruke ili po papiru, dok tuš dobro

ne proteče. Ne pomaže li ništa, onda je najbolje odmočiti pero u vodi, dobro ga isprati, a da se listovi ne razmiču, pa će opet dobro izvlačiti.

Debljina svekolikih crta udešava se prema veličini samoga crteža; što je crtež veći, moraju i crte da budu deblje, a što je manji, crte su tanje, ali opet ne smiju biti ni odveć debele ni odveć tanke.

U pero se ne smije nigda metnuti premnogo tuša, naročito kad se izvlače debele crte, jer onda tuš zbog svoje težine naglo pada dolje i izlaze crte na početku deblje, no što bismo željeli, a vrlo se lako dogodi, da se tuš razlije, i onda imamo veliku nevolju.

Kad se crta olovkom, ne treba prezati povući crtu dulju, no što je upravo potrebna, ali se ne smije izvući dulja nego što treba. A da se n. pr. crta A B na sl. 8. izvuče upravo od točke A, pa do točke B, kao što treba, nije svejedno, s koje se strane izvlači. Mora se izvlačiti samo s dônje strane, jer se onda jasno i razgovetno vidi, da mora ići od crte A E, pa do crte B C, ili od točke A, pa do točke B. Izvlači li se s gornje strane, onda se pokriju crte A E i B C, pa se ne vidi dobro, odakle pa dokle treba je vući.

Neki dopuštaju, da se pomoćne crte izvlače crvenom tintom. To nije nikako zgodno ni prilično za geometrijske crteže. Istina da je tim djeci posao olakšan, ali onda crteži dobijaju više katastralan i ornamentalan značaj, a uz to je to znak nebrige učiteljeve. Naprotiv sasvim je umjesno, ako se geometrijski ornamenti izvlače bojama (tušem, crvenom, plavom, smeđom), jer upravo boja daje ornamentu njegov pravi značaj.

8. Kad se sve izvuče, onda treba svaki crtež opisati, t. j. svaku točku, svaku crtu, svaki lik označiti slovima. Za to su najzgodnija slova, koja imadu sve poteze

jednako debele (Steinschrift). Slova moraju da budu izrađena što ljepše i odmjerene veličine. Iz početka ne će moći djeca pisati takovim slovima. Moraju se dakle posebno vježbati u pisanju takove bukvice, a za prvi mah dovoljno je služiti se latinskom bukvicom. Djeci treba živo dozvati u pamet, da lijepo napisana i zgodno stavljena slova mnogo uljepšavaju čitavo crtanje, dok ružno i nemarno napisana i kojekuda porazbacana, nejednaka slova nagrđuju i najljepši nacrt, a uz to je to znak najveće nemarnosti.

Dobro je, da se svaka konštrukcija itd. označi natpisom (Projekcije upravna čunja, r = 5·5 cm., v = 7·6 cm.). Ako se pak to ne može od djece zahtijevati zbog eventualnih razloga, tada je dosta, da se gore u sredini lista stavi opći natpis (Pretvaranje likova).

Osim toga treba da ima svaki list gore na desnoj strani broj lista, lijevo pri dnu datum, a desno pri dnu ime i razred učenika.

Sada se istaru preostale crte od olovke i mrlje, koje su slučajno nastale. A da od ruku ne nastaju nikakve mrlje, dobro je pod njima imati uvijek komad papira. — Dobro je i sve sprave prije crtanja očistiti, ako su slučajno zamazane. Da se list sasma dobro očisti, može se opet istrti suhim kruhom.

Kad je sve gotovo, treba list lijepo obrezati, t. j. spoljašnji obrub sasvim odrezati. To je i lak i težak posao, koji zavisi ponajviše o oštrini noža. Obrezivati se mora uvijek oštrim nožem, jer je onda rez i lak i brz i gladak, dok se tupim nožem obrezuje i sporo i teško i veoma ružno.

Za obrezivanje upotrebljava se posebno ravnalo nigda crtaće, koje se time kvari. Listovi se ne smiju nigda obrezivati onako, kako stoje na dasci pričvršćeni čavlićima, nego na prostranim letvama. Daska se mora čuvati i od najmanje grebotine.

*

9. Za geometrijsko crtanje potreban je i dobar materijal i dobre sprave. U materijal računa se papir, olovka, brisalo i tuš.

P a p i r za crtanje mora da bude posvuda jednako debeo. O tom ćemo se uvjeriti, ako papir držimo prema suncu. Ako je dobar, ne smiju se u njemu opažati ni svjetlija ni tamnija mjesta, ni škulje ni mrlje, nego mora biti posvuda jednako svijetao. — Mora biti dobro keljen, što se pozna po tom, ako papir posvuda jednako navlažimo, pa ako posvuda jednako upija vlagu, a ne pokazuje nigdje ni mrlje ni prozirnih mjesta. Mora olovku lako primati, ali ona ne smije u nj jako ulaziti tako, da se nacrtano ne da otrti. Kad se briše brisalom, ne smije odlakaviti, ili ća mazati se, nego mora ostati onako gladak, kakav je i prije bio.

Za geometrijsko crtanje upotrebljavaju se u nas fine Hardtmuthove o l o v k e br. 3. i br. 4., jer su posve dobre i dosta jevtine. Jednako su zrnate, ne lome se lako i oddaju jasno smeđe crte, a ako se olovkom ne pritište više, dadu se crte vrlo dobro izbrisati, da se i ne pozna, kuda je olovka išla; dadu se lako zarezati, i ne pucaju tako lako ni kod crtanja, ni kod zarezivanja.

Zarezivanje olovke vrlo je težak posao za početnika. Učitelj mora to djeci pokazati, a ona će pažljivim motrenjem i vježbanjem lako to naučiti. Olovka se drži u lijevoj ruci, okrene k sebi, nasloni na palac i zarezuje okrećući je. Zarezuje se samo oštrim nožem, osobito tvrda, jer se tupim nožem trga i nikako se ne da lijepo zarezati. Za ravne crte zarezuje se olovka u podobi čunja, a za šestilo u podobi plosnata klina, da se ne krši lako. Rez mora da bude dosta dug 2—3 cm.; duljina tuhe oko 1 cm.

Dugotrajnim crtanjem olovka se zatupi. Zašilji se i opet nožem, ili ako se cijelim rezom položi po papiru i okrećući na sve strane tare o papir.

Bilo da se olovka drži u ruci ili umeće u šestilo, mora uvijek da stoji na papiru osovno; jer se samo tada mogu vući lijepe i jednako debele crte.

Na koncu cijeloga crtanja, t. j. kad su crteži izvučeni i potpuno opisani, uzimlje se u ruku b r i s a l o i otire sve, što je nepotrebno. Brisalo ne smije da bude ni premeko ni pretvrdo. Najbolja su prirodna brisala, koja zadrže uvijek istu tvrdoću, ne troše se lako i ne mažu papira. I najbolje brisalo umaže se dugotrajnom upotrebom, tada se mora nožicama obrezati, a da se ne maže od ruku, umota se u papir. Upotrebljava se i takozvani „Radiergummi“ za brisanje pogrješno izvučenih crta, samo ne smije imati u sebi zrnja, da para papir.

Suvišne crte od olovke najlakše se taru u njihovu pravcu. Ako je papir pričvršćen za dasku samo čavlićima, ne smije se brisalom vući amo tamo, nego samo na jednu stranu, jer se papir inače vrlo lako zgužva i raspara.

Nije svejedno, kakav se t u š upotrebljava. Ima ga svakakva. Loši nije ni za što.

Dobar je tuš, ako se sporo rastapa, ako se ne suši odviše brzo, ako lako teče iz pera, a da se ne razljeva, pa ni onda, kad se ukrštavaju dvije vlažne crte; ako je sasvim crn, a kad se osuši, ima zlatan sjaj. O tom se možemo uvjeriti pri kupovanju, ako smočimo malko koji prst i dotle ga taremo po tušu, dok se ne pokrije koža. Inače vrsnoća tuša zavisi i o njegovoj cijeni. Jevtin je tuš vrlo slab i vrlo se brzo troši, dok i mali komad dobra tuša traje za sve razrede više pučke škole, pa i dulje.

Za crtanje tare se tuš ovako: U šalicu se stave 2—3 kaplje vode i tuš se tare, dok ne bude sasvim gust. Kad se stane pomaljati dno šalice, doda se još toliko vode, i tare se dalje, dok se opet ne stane pomaljati dno šalice. Ako ga je dosta natrto, doda se još vode, da se tuš pot-

puno razrijedi, da ne bude gust za izvlačenje. Nikako ne valja uliti u šalicu puno vode, jer se onda tuš sa strana moči, a time se kvari.

10. Sprave za geometrijsko crtanje moraju biti i dobre i trajne. Dobre su, ako udovoljavaju svjema zahtjevima geometrijskoga crtanja; trajne, ako su zgotovljene od takova materijala, da se brzo ne troše i ne kvare. U ostalom bile sprave i najbolje i najjače, brzo se iskvare, ako se dobro ne čuvaju.

Svaki učenik mora imati svoju dasku za crtanje, crtaće ravnalo, jedan ili dva pravokutna trokuta, dva šestila i dva crtaća pera.

C r t a ć a d a s k a mora biti posvuda ravna, a stranice joj moraju sačinjavati pravi kut. Ako je ravna, tada ravnalo posvuda posve priliježe uza nju. Pravi se od posve suha i meka drveta, obično jelova, bolje od topolova ili lipova, od više komada, koji se tako izaberu, da u cijeloj dasci ne bude vrža. Da se ne baca, drvo se prije impregnuje, da ne može u njega ulaziti vlaga, i još se s desne i s lijeve strane providi letvom od tvrda drveta.

Daska od tvrda drveta ne valja, jer se na njoj kvare šestila i pera za izvlaćenje i jer se na njoj radi toga ne da ni lako ni lijepo crtati, osobito ako nije sasvim ravna. Jelova daska lako se i brzo izglođe, pa se mora poravnati. Najbolje su daske od lipovine ili topolovine, jer ostaju vazda jednake, samo ako se dobro čuvaju.

Najglavnije je svojstvo r a v n a l a, da bude matematično točno. O tom se lako uvjerimo, ako uz ravnalo povučemo sasvim tanku crtu, pa ga oko iste strane okrenemo za 180°. Ako je dobro obje će crte pasti jedna po drugoj.

Crtaće ravnalo pravi se od od sasvim suhe kruškovine, jabukovine, itd., dugačko, da shvaća preko sve daske

uzduž, a debelo 1—$1^1/_2$ mm., da se uza nj lako vuku crte i olovkom i perom. Na lijevoj strani imade mnogo deblju priječku, za koju je ravnalo pričvršćeno pod pravim kutom.

Rukuje se vazda lijevom rukom. Njime se vuku ponajviše vodoravne i sve dulje crte, za koje ne dohvaća trokut. Gornja strana mora se osobito dobro čuvati, jer se samo ona upotrebljava kod crtanja

I p r a v o k u t n i t r o k u t i moraju biti matematično točni. Da li su potpuno ravni, to vidimo isto onako, kao i kod crtaćega ravnala. Na isti način okušamo, da li im je pravi kut točan.

Ima ih različne veličine i od različnoga materijala. Za višu pučku školu dovoljni su drveni, kojima su katete duge 15, najviše 20 cm. Ima ih od jedne jedincate daske ili sastavljenih od tri uske daščice; prvi su čvršći, a s drugima se lakše radi. Uptrebljavaju se dvostruke konštrukcije; istokračni s kutovima na hipotenuzi od 45° i raznostranični s kutovima na hipotenuzi od 30° i 60°.

I ravnalo i trokuti moraju se vrlo dobro čuvati od vlage, jer ih jako iskvari. S toga nije dobro, da se čiste vodom, nego brisalom ili jako finom postakljenom hartijom.

Š e s t i l a su potrebna dva; jedno za uzimanje, dijeljenje i prenošenje pravaca (Stockzirkel), drugo za kružnice, u koje se umeće i pero i olovka (Einsatzzirkel). U najvećoj nuždi dovoljan je jedan, koji onda služi za sve. Samo se onda kod crtanja mnogo dangubi, jer se mora sad jedan, sad drugi komad vaditi i umetati. Djeci to dosadi, pa onda mjere i prenose olovkom, što ne biva vazda dosta točno.

Prave se obično od žute mjedi, samo su vrhovi krakova od čelika. U glavi su krakovi spojeni vijkom, a ne smiju stajati ni prečvrsto, da se teško otvoraju, a ni pre-

lako, da se krakovi sami razmiču, jer ni u jednom događaju ne da se točno crtati, a gubi se i mnogo vremena. To se ravna ključem. Da se šestilo u tome pogledu ne kvari, ne valja ga uvijek otvorati i zatvorati, nego samo onda, kad je potrebno.

Krakovi moraju biti potpuno jednaki i na vrhu zašiljeni kao igla, da ne prave velikih škulja u papiru. A kad se krakovi sastave, moraju oba vrha padati u jednu točku. Šestilom, koje nema posljednjega svojstva, ne može se ni lako ni točno crtati, naročito ako treba što sitno prenijeti, izmjeriti itd.

Šestilo je uvijek u desnoj ruci i drži se za glavu, nigda za krakove, jer se onda njime vrlo teško radi. Kad se otvora, glava mu se nasloni na kažiput, a palac i veliki prst utisnu se u zarezotine na kracima i lakim pritiskom otvore. Dalje se razmiču prstenjakom, a sastavljaju kažiputom.

Kad se crtaju i izvlače kružnice, mora se paziti, da oba kraka stoje na papiru što moguće osovnije, jer se inače mnogo para papir, kvari crtež i samo šestilo.

P e r a su svakako potrebne dva; jedno kraće za šestilo, a drugo dulje za ruku. Svako ima dva listića od čelika, koji su spojeni vijkom, da se mogu razmaknuti za deblje i primaknuti za tanje crte. Oba listića moraju biti posve jednaka i duljinom i širinom, a toliko oštra, da mogu vući i najtanje crte, a da ne režu papira.

Dugotrajnom upotrebom zatupe se listovi, pa pero ne može izvlačiti. Tada se moraju na finu, glatku brusu naoštriti samo sa spoljašnje strane. — Svaki učenik mora umjeti oštriti svoje stvari.

U nj se umeće tuš s pomoću pisaćega pera, samo se pazi, da mu se time ne kvare listovi. Ili se tuš samim perom uzimlje, ako se u ustima malo navlaži i prinese tušu, koji onda sam ulazi u pero. Ali se tada uhvati tuš i za spoljašnju stranu listova, pa se mora otrti. Papirom ga ne valja nikako umetati, jer se papir odmoći i zgušćuje tuš.

Pero mora stajati na papiru što osovnije, jer se samo tada mogu izvlačiti sasvim jednake crte. Kad se prestane raditi, dobro se odmoči u vodi i platnenom krpicom živo istare. A da listovi ne gube elastičnosti, razmaknu se svaki put prije, nego što se ostavi pero.

11. Sve se crtaće sprave moraju držati u najvećem redu i čistoći, osobito pera, jer ih inače rđa brzo kvari, pa nijesu ni za kakvu upotrebu. Šestila i pera spremaju se u posebnu kutiju; olovke se umeću u cijevi od lima (Bleistiftspitzenschützer); trokuti, ravnalo i daska u korice od debele ljepenke.

Učitelj mora uputiti djecu, a i zahtijevati od njih, da kupuju samo dobar materijal i dobre sprave, jer su ne samo bolje nego i jevtinije. Boljim alatom svakako se dade i ljepše i lakše raditi, a pošto radi svoje vrsnoće dulje traje, ne troši se tako brzo, pa je zato i jevtiniji.

VI. Primjeri za obuku u geometriji.

1. Šiljnik. (3. razred).

Cilj: Danas ćemo upoznati tijelo, koje je nalik na šilj zvonika naše crkve!

I. Vi poznate zvonik naše crkve. Kakav oblik ima donji dio? — Kakav gornji dio? (Postrane plohe idu u šilj). — Ovaj ćemo gornji dio pobliže promatrati, i s toga sam evo donio njegovu sliku.

II. Kako bismo nazvali ovo tijelo, jer mu postrane plohe idu u šilj? (Šiljnik). — Pokaži mu međe! — Koliko ih je? — Kako se zovu međe tijela? — Koliko ploha omeđuje ovaj šiljnik?

Kako se zove dônja ploha? — Koliko ih ima sa strane? — Kaži ih! (Prednja itd.). — Ovaj dakle šiljnik ima jednu osnovnu plohu i četiri postrane plohe.

Koliko međa ima osnovna ploha? — Kaži ih! — Koliko međa ima prednja postrana ploha? — Koliko stražnja, desna, lijeva? — Koliko dakle međa ima svaka postrana ploha? — Kako se zovu međe ploha? (Crte). — A kako ovdje na tijelu? (Bridovi). — Koliko dakle crta omeđuje osnovnu plohu? — Koliko crta omeđuje postrane plohe? — Kakve su to crte?

Kakav položaj imadu bridovi osnovne plohe? — Kakvi su to dakle pravci? — Kakav položaj imadu bridovi postranih ploha? (Nagnut, kos). Pa kakvi su to pravci? — Kakvih dakle ima pravaca? —

Kako se zovu bridovi na osnovnoj plohi? (Osnovni bridovi). Kako na postranim plohama? (Postrani bridovi). Jesu li osnovni bridovi među sobom jednaki ili nejednaki? — A koliki su postrani bridovi među sobom? — Ovaj dakle šiljnik ima četiri jednaka osnovna i četiri jednaka postrana brida.

Što spaja svaki brid na tijelu? (Uglove). Koliko uglova ima ovaj šiljnik? — Kaži ih! — Koji pada najviše u oči? (Gornji). Kako bismo ga nazvali? (Vrh).

III. Koliko kutova ima osnovna ploha? — Kako je s toga nazivamo? — Koliko kutova ima svaka postrana ploha? — Kako je s toga nazivamo?

Da li su svi trokuti istovetni s trokutima na četvercu? — Kakvi su kuti i u jednih i u drugih? (Šiljasti). — Kakva su radi toga oba trokuta? (Šiljastokutna).

Kolike su stranice trokutâ na četvercu jedna prema drugoj? — A jesu li u trokutâ na ovome šiljniku sve jednake? — Ima li ih možda jednakih? (Dvije su jednake.) Kako se nazivaju trokuti na četvercu, kad su im sve stranice jednake ili iste? — A kako bismo nazvali te trokute na ovom šiljniku, kojima su samo dvije stranice jednake? (Istokračan). Koji se dakle trokut naziva istokračan? —

IV. Što je osnovna ploha ovoga šiljnika? — Koliko dakle imade postranih ploha? — Na koliko mu strana gledaju postrane plohe? — Kako bismo ga stoga nazvali? (Četverostran šiljnik). Koji se šiljnik naziva četverostran? (Koji za osnovnu plohu ima četvorinu, a postrane mu se trokutaste plohe sastaju u šilj).

V. Jesi li vidio gdjegod šiljnik? — (Vrh zvonika, stupca, itd.)

Nacrtaj istokračan trokut!

2. Postanak crte. (4. razred).

Cilj: Tražit ćemo, kako postane crta!

I. Kako se zove ovo tijelo? (Kocka). Koliko ima uglova? — Koliko bridova? —

Koliko bridova ide iz jednoga ugla? — Koliko ih ide između dva ugla? — Bismo li mogli nacrtati brid? — Nacrtaj gornji prednji brid! — Šta si nacrtao? — Kako se zovu krajevi ili međe crte? — Koliko ih je? — Gdje je jedna, a gdje druga? —

II. Jeste li gledali, kad zvijezda pada, kad iskra skače? — Da li ste vidjeli samo točku? — Nego što ste vidjeli? — Kako dakle može postati crta? (Kad se točka miče). A kad vidimo crtu? (Kad točka na svome putu ostavlja iza sebe trag).

Može li točka ići istim pravcem? (Pokaže se). A može li mijenjati pravac? — Je li ovako? — Kakva je postala crta, kad je točka išla istim pravcem ili istim smjerom? — A kakva, kad je mijenjala smjer? —

III. Kakve su crte na kocki, na prozoru, ormaru, klupi, itd.? — Jeste li vidjeli gdjegod krivu crtu? (Cesta, rijeka, na guvnu, na kotlu, itd.)

IV. Kako postane crta? — Kakvih ima crta? —

V. Nacrtaj brid ove kocke; — brid knjige, pločice itd. — Nacrtaj krivu crtu! —

Nacrtajte na svojim pločicama nekoliko ravnih i nekoliko krivih crta! —

3. Površina pravokutnika. (5. razred).

Cilj: Učit ćemo, kako se proračuna površina pravokutnika!

I. Poznaš li pravokutnik? — Nacrtaj ga! — Koliko protega ima? — Izmjeri duljinu i širinu! — Čime si mjerio?

(dm.). Čime se dakle mjeri crta? (Crtom). Kako se naziva jedinica mjerâ za mjerenje crta? (Metar). Kako manje, a kako veće mjere? —

II. Može li se ploha mjeriti crtom? — A da čime? (Plohom). Hoćemo li mjeriti uvijek istom plohom? — Kolika je ta ploha? — (Učitelj nacrta na tabli m^2). Kakav lik ima ta mjera za plohe? — Koliko je dugačka? — A koliko široka? — Kako bismo je s toga nazvali? (m^2).

Možemo li m^2 izmjeriti ovaj pravokutnik? (Učitelj nacrta na ploči pravokutnik 3 dm. dug, a 2 dm. širok). Zašto ne? (Jer je manji od m^2). — A da koliku bismo mjeru morali uzeti? — Kako bismo je sastavili? — (Ako uzmemo četvorinu dm. dugu, a dm. široku). Kako ćemo nazvati tu mjeru? (dm^2). Zašto? — Možemo li sad mjeriti? — Zašto?

Kako ćemo sad mjeriti? (Ako se djeca odmah ne sjete, neka mjere metrom kakvu dužinu i onda se izvede jedan učenik, da mjeri pravokutnik. Ne sjeti li se sam, da opcrta svaki decimetar, treba ga na to sjetiti). Dakle, koliko dm^2 ima pravokutnik? (6 dm^2).

Uzet će se još dva tri pravokutnika različne duljine i širine, a da su obje izražene u cijelim brojevima. Na pr. pravokutnik 5 dm. dug, a 3 dm. širok itd.

III. Čime smo mjerili ovaj pravokutnik? — (Pokaže se prvi). Koliko redova dm^2 imade? — Zašto? — Koliko je dm^2 u svakom redu? — Zašto? — Koliko u oba reda? — Zašto?

Koliko dm^2 ima u svakom redu ovaj pravokutnik? — (Pokaže se drugi) itd. kod svih pravokutnika.

Bismo li mogli i bez dm^2. izmjeriti ovaj pravokutnik? — (Opet uzmemo prvi). Kolika mu je duljina? — Kolika širina? — Koliko ima dm^2? — Kako bi se to računom

našlo? (Ako 3 umnožimo s 2). Kako bismo drugojačije rekli? (Ako se dužina umnoži širinom).

IV. Kako se dakle računom sazna površina pravokutnika; ili kako se proračuna površina pravokutnika? — Kako ćeš proračunati površinu četvorine? —

Kad kažemo dužina se pomnoži širinom, misli li se tu crta? (Ne misli). A da šta? (Mjerni broj dužine i širine). Kako bismo dakle točnije rekli? (Ako se mjerni broj dužine umnoži mjernim brojem širine).

V. Proračunaj površinu školske ploče, dvorišta, vrta poda školske sobe itd.

Kolika je površina pravokutnika, koji je 8·5 dm. dug, a 60 cm. širok? —

Neki trgovac kupi njivu, koja je 76·6 m. dugačka, a 35·5 m. široka, koliko će platiti za nju, ako m^2 stoji 8 kruna?

4. Kutovi. (*5. razred više pučke škole*).

Cilj: Promatrat ćemo kutove!

I. Vi svi poznate kut. Nacrtaj ga! Koliko pravaca treba za kut? — Kako se zovu pravci, što prave kut? — Kako se zove ovaj kut, što si ga nacrtao? — Ima li još kakvih kutova?

II. a) Zna li možda koji, kako postane kut? — Što predočuje ovaj štapić? (Pravac). — Učvrstit ću ga na ploči i označiti slovima A i B. — Što postaje, ako se taj pravac kreće oko svoje krajne točke A? — Kako dakle postane kut? —

Gdje se nalazi pravac AB? (Na ploči). Što je površina ploče? (Ravnina). Kuda se kretao pravac AB?*) (Po ravnini). Što dakle omeđuju pravci AB i AC? (Jedan

*) Kod takovih se pitanja uvijek i pokazuje.

dio ravnine). A što omeđuju kraci kuta? — Gdje se dakle nalazi kut? — Kakav je to onda kut? (Ravan). Što je to dakle ravan kut? (Dio ravnine, koji je omeđen s dva pravca). Govori li se uvijek ravan kut? A misli li se takov kut? —

Kako se nazivaju pravci, što prave kut? — A kako se zove ishodište krakova? — Označuje li se kut? — Kako se označuje? — Kako se čita kut? —

b) Odakle ishode krakovi kuta BAC? — Mogu li ti krakovi biti dulji? — Dede ih produži! — Je li time kut postao veći? — Zavisi li dakle veličina kuta o duljini krakova? —

Kad će kut postati veći? (Kad se krak AB dalje pomakne). Dede pokaži! — Jesu li mu sad krakovi bliži ili su dalje razmaknuti? — Koji je dakle kut veći? (Komu su kraci dalje razmaknuti).

Krajnja točka B pravca AB ostavlja, kad se kreće, za sobom trag. Što će postati, kad dođe na svoje prvo mjesto? (Kružnica). Kako se zove dio kružnice? (Luk). Pripada li svakomu kutu luk kružnice? — Može li biti jedno bez drugoga? — Zašto? (Jer kad kut postaje, postaje i kružnica). Po čem se dakle može najtočnije razaznati, koji je kut veći? — Zašto po luku? (Jer većemu kutu pripada i veći luk).

Mogu li biti dva kuta jednaka? — Kako bismo se o tom uvjerili? (Ako metnemo jedan po drugom.) Pokaže se kutovima od papira). Kad su dakle kutovi jednaki? — A kad nijesu jednaki? — Zašto su ova dva kuta jednaka? (Jer su postala jednakom kretnjom)?

c) Kad ova dva kuta metnemo jedan uz drugi, da im je vrh zajednički, jesu li to onda dva kuta? (Nijesu, nego jedan kut). Kolik je ovaj kut? (Kao oba prva). A kad dodam još i ovaj kut, jesu li sad tri kuta? — Kolik

je ovaj kut? — Što smo ovdje radili s kutovima? (Dodavali smo jedan drugomu ili zbrajali smo ih). Gdje su im došli vrhovi? (U istu točku). Kako se zbrajaju kutovi? (Kad se nanižu oko zajedničkoga vrha).

Hoćemo li isto tako odbijati kutove? — Nego kako? (Ako položimo jedan po drugom). Koja je njihova razlika? (Ono, što preostane od većega kuta).

Mogu li se množiti kutovi, t. j. može li se načiniti kut, koji je 2, 3, 4 puta veći od nekoga kuta? — Koji bi pogodio, kako ćemo to uraditi? — Nacrtaj dakle kut, koji je dvaputa veći od ovoga kuta! —

Može li se raspoloviti kut? — Kako ćemo to uraditi? (Ako mu raspolovimo luk, pa polovište spojimo pravcem s vrhom zadanoga kuta). Kako ćemo razdijeliti kut na 3, 4, 5, itd. dijelova? — Razdijeli ovaj kut na 4 dijela!

III. a) Kakve kutove poznaš? — Načini štapićem šiljasti, pravi, tupi kut! — Koji je kut prav, koji šiljast, koji tup? —

Ima li još kakvih kutova? (Nema). Gledajte ovamo! Ako se pravac A B kreće još i dalje, da dođe u isti položaj s prvim, evo ovako, je li i to kut? (Jest). Zašto? (Jer mu kraci omeđuju jedan dio ravnine). Razilaze li se sad kraci? — Kako bismo rekli? (Pružili su se). Kako bismo s toga nazvali ovaj kut? (Spružen). Koji je dakle kut spružen? (Onaj, komu su se kraci pružili u isti pravac).

Je li i spružen kut veći od pravoga? — Kako bi se moralo reći? (Tupi je kut veći od pravoga, a manji od spruženoga).

Kakav kut postane, ako se pravac A B miče još dalje? (Izbočen). Koji se kut naziva izbočen? (Koji je veći od spruženoga).

Kakav će postati kut, ako se pravac A B kreće, sve dok ne dođe u svoj prvi položaj? (Pun kut). Kolik je on? (Najveći od svih). Koji je najmanji? —

Koje si kute sada upoznao? — Koji je kut spružen, koji izbočen, koji pun?

b) Čim se mjeri crta? — Čime ploha? — A čim će se mjeriti kut? — Sto je jedinica mjere za dužine? (Crta dugačka 1 m.). Što je jedinica mjere za plohe? (Ploha velika 1 m²). A što će biti jedinica mjere za kutove? (Kut izvjesne veličine; to je kut, koji je 360. dio kruga). Kako to? — Evo ćete odmah vidjeti.

Što opisuje krajnja točka B, kad se pravac A B okreće oko svoje točke A? (Kružnicu). — Ako krug razdijelimo na 360 dijelova, onda u krugu ima 360 kutova i jednim tim kutem mjere se svi kuti. Mi smo pronašli, da svakomu kutu pripada luk kružnice. — Koliki su lukovi tih kutova među sobom, kad smo krug razdijelili na 360 dijelova? — Bismo li mogli lukom ovog jednoga kuta mjeriti kutove? — Luk kružnice, što pripada ovom jednomu kutu, naziva se stupanj. — Koliko dakle stupanja imade kružnica? — Čim se dakle mjere kutovi? (Stupnjevima kružnice).

Prema tomu: Koliko stupanja imade pun kut? — Koliko spružen? — A koliko pravi?* Koliko tupi? — A koliko šiljast? —

Kad kažemo: Pravi kut ima 90°, šta to upravo znači? (Da pravi kut ima 90 360 dijelova kruga, ili 90 jedinica mjere za mjerenje kutova).

Stupnjevi nijesu dovoljni, da se šiljast i tup kut sasvim točno izmjeri. Zbog toga se svaki stupanj dijeli

* Da djeca mogu vidjeti, koliko stupanja ima koji kut, treba krak, koji se giblje, uvijek označiti kredom.

na 60 minuta, a svaki minut na 60 sekunda, pa se onda kaže: Ovaj šiljast kut ima $29^0\ 15'\ 3''$, ovaj tup kut ima $179^0\ 5'\ 3''$.

Koliko pravih kutova ide u spružen kut? — Koliko ih ide u pun kut? — Zato se mjesto spružena kuta kaže 2R., a mjesto punoga kuta 4R.

IV. Što smo učili o kutovima? (Učili smo, kako postane kut, što je kut, kako se označuje, o veličini kuta, kad su dva kuta jednaka, a kad nejednaka, računali smo s kutovima, učili smo o vrstama i mjerenju kutova).

V. Kakav je kut od 65^0, 127^0, 192^0, 242^0, 16^0, 179^0, 89^0, 91^0?

Nacrtaj kut od 90^0, 270^0, 45^0, 135^0, 225^0, 315^0!

Nacrtaj kut, koji je jednak zbroju kutova?

$\sphericalangle a = 15^0$, $\sphericalangle b = 60^0$;

$\sphericalangle a = 60^0$, $\sphericalangle b = 90^0$.

Izračunaj, kolik je zbroj kutova:

$\sphericalangle a = 15^0\ 17'\ 45''$, $\sphericalangle b = 84^0\ 51'\ 42''$;

$\sphericalangle a = 92^0\ 16'$, $\sphericalangle b = 154^0\ 52'\ 27''$.

Nacrtaj kut, koji je jednak razlici kutova:

$\sphericalangle a = 120^0$, $\sphericalangle b = 70^0$;

$\sphericalangle a = 90^0$, $\sphericalangle b = 15^0$.

Izračunaj razliku kutova.

$\sphericalangle a = 340^0\ 17'$, $\sphericalangle b = 28^0\ 35'$

$\sphericalangle a = 152^0\ 12'\ 49''$, $\sphericalangle b = 138^0\ 33'\ 56''$

Nacrtaj kut, koji je jednak dvostrukomu kutu od 65^0, trostrukomu od 45^0, četverostrukomu od 30^0, peterostrukomu od 15^0!

Nacrtaj kut od 60^0, 90^0, 135^0, 45^0 i razdijeli ga na 3, 4, 5, 6 dijelova, pa izračunaj, kolik je svaki od tih kutova!

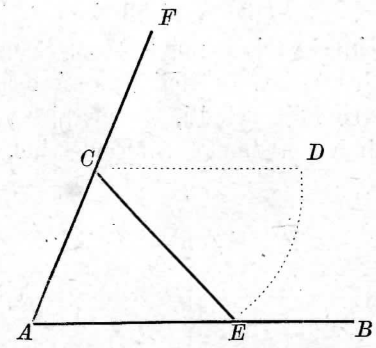
Nacrtaj kut od $\frac{1}{2}$ R, $\frac{2}{3}$ R, $1\frac{1}{3}$ R, $1\frac{3}{4}$ R, $2\frac{2}{3}$ R, pa izračunaj, koliko stupanja ima svaki taj kut!

5. Svojstva trokuta. (6. razred).

Cilj: Tražit ćemo svojstva trokuta.

I. Što je trokut? (Ravnina omeđena s tri pravca). Koliko kutova ima trokut? — Čim se mjere kutovi? — Koji kut ima 180^0?

II. a) Kako se zove ploha omeđena s dva usporedna pravca? (Pruga). — Jedan učenik nacrta prugu. — Što će postati na usporednim pravcima, ako tu prugu s lijeve strane omeđimo pravcem A C? Dva kuta A i C). Koliko stupnjeva imadu oba ova kuta? — Zašto? — Ja ću to isto načiniti i od štapića. (I učitelj metne na ploču tri štapića, koji su jedan s drugim u svezi i dadu se okretati u točkama A i C). — Što će postati, ako sada pravac C D okrećemo oko točke C, dok drugom točkom D ne dođe u pravac A B? ($\triangle$ A C E). — (Prvi položaj pravca C D zabilježi se kredom).



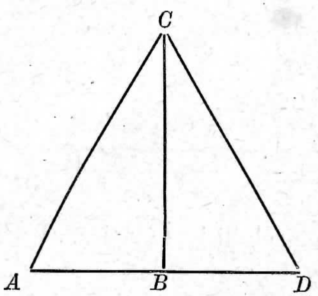
Sl. 9.

III. Koliko su stupnjeva imali kutovi A i C? — A kad je pravac C D sišao dolje, je li se kut C promijenio? (Postao je manji). Za koji je kut postao manji? (Za kut D C E). Bismo li isti taj kut mogli naći u trokutu? (To je kut A E C). Zašto? — Koliko dakle stupanja imadu sva tri kuta u trokutu? — Koliko stupanja ima svaki kut istostraničnoga trokuta? —

b) Što je još postalo osim trokuta, kad je pravac C D sašao dolje? (Kut B E C). — Taj se kut naziva vanjski kut trokuta. Da vidimo, kolik je taj kut. — Kako

se zovu kutovi A E C i B E C jedan prema drugomu? (Sukuti). Koliko stupanja imadu oba sukuta? — Koliko stupanja imadu sva tri kuta u trokutu? — Kolik je onda vanjski kut B E C? (Kolik oba suprotna unutrašnja kuta A i C).*

c) Koliko vanjskih kutova ima trokut? — Nacrtaj trokut i vanjske mu kutove! Bismo li ih mogli složiti oko jedne točke? (Učitelj naznači točku usred trokuta. Djeca će se valjda sjetiti, da moraju vući usporednice, da dobiju usporedne kutove i tada vide, da imadu 360^0). (Sl. 5.).



Sl. 10.

d) Ako trokut A B C (sl. 10.) nacrtamo na ploči, pa ga oko stranice B C okrenemo na drugu stranu i opet nacrtamo, kolike su onda stranice A C i D C trokuta A D C jedna prema drugoj? — A koliki su kuti A i D jedan prema drugomu? — Kakvi dakle kutovi leže nasuprot jednakim stranicama? — A kakve stranice leže nasuprot jednakim kutovima? — Kakvi su kutovi na podnici istokračnoga trokuta? — Koliko stupanja imade svaki kut na hipotenuzi u pravokutnom, istokračnom trokutu? —

Koja je stranica u trokutu A B C najdulja? (Sada

* Ili ovako: Može li i kod točke C nastati vanjski kut? — (Ako stranicu trokuta A C krećemo oko točke C tako, da dođe u isti svoj pravac, postane vanjski kut E C F). Što čini pravac C D od ovoga kuta? (Dijeli ga na dva kuta D C F i D C E). Komu je kutu u trokutu jednak kut D C E? — A je li možda i kut D C F jednak komu kutu u trokutu? — Zašto? – Kolik je dakle vanjski kut E C F? (Kutovima A i E).

se otare desni trokut). Koji joj je kut suprotan? — Kolik je to kut u trokutu A B C? — Kakav je to kut? — Koliki su ostali kutovi prema njemu? — Kolik dakle kut leži nasuprot najvećoj stranici? — Koja je stranica najmanja? — Koji joj je kut nasuprot? — Koji je dakle kut najmanji? — Stoje li dakle kutovi trokuta u uzajamnom odnošaju prema stranicama? (Stoje) — U kakvu? (Većoj stranici nasuprot je i veći kut, a manjemu kutu nasuprot je i manja stranica).

IV. Koja su svojstva trokuta? (Unutrašnji kutovi trokuta imadu 180^0; svaki vanjski kut trokuta jednak je zbroju obiju unutrašnjih kutova, koji mu nasuprot leže; svi vanjski kutovi trokuta imadu 360^0; jednakim stranicama leže nasuprot i jednaki kutovi, a nejednakim kutovima leže nasuprot i nejednake stranice; što je manja stranica nasuprot joj je i manji kut, a što je veći kut, nasuprot mu i veća stranica). (Kao što se vidi, tu nijesu nanizana sva svojstva trokuta, no to se dade lako popuniti).

V. U trokutu A B C imade kut A 28^0 42′ 29″, kut B imade 42^0 15′ 32″; kolik je treći kut? —

U pravokutnom trokutu imade jedan oštri kut 47^0 22′ 26″; kolik je drugi oštri kut? —

U trokutu D E F imade kut D $\frac{4}{5}$ R, kut E imade 45^0 5′ 38″; kolik je svaki vanjski kut? —

Koliki su kutovi istokračnoga trokuta, ako je vanjski kut na vrhu 147^0 13′ 24″? —

6. *Površina kruga. (7. razred)*

Cilj: Istraživat ćemo, kako se proračuna površina kruga.

I. Vi poznate krug, a poznate i kružnicu? — Što je krug? — A što je kružnica? — Kako postaje kružnica? —

Kako se naziva taj pravac u kružnici? — Kušat ćemo, ne bismo li pronašli površinu kruga, kad je poznat samo polumjer. — Nacrtaj krug s polumjerom od 3 dm.!

II. Koja je najznatnija točka u krugu? — Imaju li još koji likovi središte? — Koji je višekut najlakše nacrtati? — Ucrtaj dakle u ovaj krug pravilan šesterokut! Što je veće krug ili šesterokut? — Kako bismo nacrtali pravilan dvanaesterokut? — Da li je veći šesterokut ili dvanaesterokut? — Koji je dakle bliži krugu? — Koji se višekut dobije, ako lukove dvanaesterokuta raspolovimo? — Je li se on još više približio krugu? — Što opažamo, kad lukove pravilna višekuta sve više raspolavljamo? (Da se višekut sve više približava krugu). — Možemo li dakle reći, da je krug višekut s vrlo mnogo stranica? — Bismo li dakle površinu kruga mogli proračunati kao i površinu pravilnoga višekuta? —

III. Na koliko se dijelova razdijeli krug, ako kružnicu razdijelimo na šest dijelova, pa povučemo polumjer? — Kakovi su to likovi? (Trokuti). Jesu li im sve stranice ravne? (Osnovka je šesti dio kružnice, dakle kriva crta). — Sada nastavimo rospolavljanje lukova, dok napokon ne razdijelimo kružnicu na 96 dijelova. — Je li sada osnovka mnogo različna od pravca? —

Kako se proračuna površina trokuta? — Kako ćemo proračunati površinu ovoga kruga? (Ako najprije proračunamo površinu jednoga trokuta, pa je uzmemo 96 puta). — Je li visina ovog jednoga trokuta mnogo različna od polumjera? (Nije, jednaka je polumjeru). — Da izračunamo površinu jednoga trokuta. (Izmjeri se najprije ili izračuna dužina luka). — Površina jednoga trokuta jeste $0{\cdot}196{\cdot}349 \times \frac{2}{3} = 0{\cdot}2945$ dm², a površina cijeloga kruga $0{\cdot}2925 \times 96 = 28{\cdot}26$ dm.² ili ako sve najednom računamo $0{\cdot}196.349 \times \frac{3}{2} \times 96$. — Bismo li mogli ovdje zamijeniti faktore? Pa dede zamijeni? $(96 \times 0{\cdot}196{\cdot}349 \times \frac{3}{2})$. Što nam predočuje produkat $96 \times 0{\cdot}196{\cdot}349$? (Opseg kruga). Zašto? —

Možemo li opseg kruga i drugojačije naći? — Nađi! $(6 \times 3{\cdot}1415)$. Čim se to mora množiti, da saznamo površinu kruga? — Umnoži! $(6 \times 3{\cdot}1415 \times \frac{3}{2})$. Dade li se to skratiti? — Skrati! $(3 \times 3{\cdot}1415 \times 3)$. — Ovdje, kao što vidite, imamo jedan broj množiti sam sobom; kako se to zove u računici? — Napiši tako! $(3^2 \times 3{\cdot}1415)$. Pročitaj to riječima! — (Kvadrat polumjera umnožen Ludolfovim brojem).

IV. Kako se dakle proračuna površina kruga? — Kako bi se to dalo općeno označiti? $(r^2 \pi)$.

V. Kolika je osnovka ove litre, valjka, krune?

Kolik je krug, kojemu je opseg 20 m?

Izračunaj, kolika je ploča, što pokriva našu peć?

Površina je kruga 124 dm², kolik mu je opseg?

Ako se u četvorini sa stranicom od 124 dm² upiše krug, za koliko je površina četvorine veća od površine kruga?

Kolik polumjer mora imati okrugao stô za 12 osoba, ako se na svaku osobu računa 60 cm? —

7. Sličnost trokuta. (7. razred).

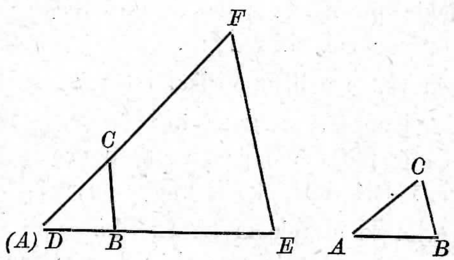
Cilj: Na redu je, da istražujemo, koji su trokuti slični.

I. Do sada smo saznali, da imade jednakih i kongruentnih trokuta. — Koji su trokuti jednaki? (Koji imadu jednaku površinu). A koji su kongruentni? (Koji se sasvim pokrivaju, kad se jedan po drugom položi). Kakav oblik imadu kongruentni trokuti? (Istovetan). A koliku imadu

površinu? Jednaku). Koji su dakle trokuti kongruentni? (Koji imadu isti oblik i istu površinu).

Ovdje imam jedno tijelo. (Prikraćenu trostranu piramidu). Kako se zove? — Šta su joj osnovke? — Imaju li ova dva trokuta što zajedničkoga? (Oblik). — Jesu li jednaki? — A jesu li kongruentni? — A da kakvi su? (Slični).

II. Sa stranicama 15, 12 i 17 cm. načinit ću trokut A B C, a onda drugi trokut D E F, koji ima tri puta dulje stranice 45, 36 i 51 cm. Vi ćete u svojim bilježnicama načiniti najprije trokut A B C sa stranicama 3, 2·4 i 3·4 cm., a onda trokut D E F s tri puta duljim stranicama 9, 7·2 i 10·2 cm.! — Kakvi su ti trokuti medju sobom? (Slični). — Sada ćemo istraživati, kakvi odnošaji postoje između sličnih trokuta. — Koliki su kutovi obiju trokuta jedan prema drugomu? — Kako ćemo se uvjeriti, da su jednaki? (Kutomjerom, šestarom ili mahom radi usporednosti stranica; ∢ A = 45°, ∢ B = 75°, ∢ C = 60°.) A jesu li im stranice jednake? — Kolika je stranica A B prema stranici D E, stranica B C prema stranici E F, stranica A C prema stranici D F? — U kakvu omjeru stoje dakle stranice obaju trokuta? (1 : 3). Bismo li mogli sastaviti razmjer? — Dede sastavi! (A B : D E = 1 : 3, B C : E F = 1 : 3, A C : D F = 1 : 3). Kakve su dakle stranice sličnih trokuta? (Razmjerne). Mogu li se na osnovu toga gornji razmjeri sliti? (Mogu; A B : D E = B C : E F itd.)



Sl. 11.

III. Mogu li se ova dva trokuta tako položiti jedan na drugi, da po dvije stranice padaju jedna na drugu? (Mogu). Zašto? — Kako ćete to učiniti, da vrhovi A i D budu zajednički? (Ako stranicu A B prenesemo na stranicu D E, a stranicu A C na stranicu D F, pa točke B i C spojimo). Kako leže sada stranice E F i B C? (Usporedno). Što nastaje, ako u kutu E D F povučemo dvije usporednice? (Razmjerne dužine). Koji su to razmjeri? (A B : D E = B C : E F, itd.). Kakvi su dakle trokuti A B C i D E F? — Pa kakva svojstva moraju imati slični trokuti? — Kakve im moraju biti stranice? — A kakve moraju imati kutove? — Koji su dakle trokuti slični? (Koji imaju jednake kutove, a razmjerne stranice).

Da vidimo jesu li baš jednaki kutovi i razmjerne stranice uvjeti sličnosti! Nacrtajte četvorinu i pačetvorinu! — Kakve imadu kutove? — Jesu li im stranice razmjerne? — Jesu li dakle slični? — Nacrtajte četvorinu i kosu četvorinu sa stranicama 3 dm.! Kolike imadu stranice? — Jesu li im kutovi jednaki? — Jesu li slični? —

IV. Kad su dakle trokuti slični? (Trokuti su slični, kad su im istoležeći kuti jednaki, a istoležeće stranice razmjerne).

V. Nacrtaj dva slična trokuta, da su im stranice u omjeru kao 2 : 3! Stranice zadana trokuta jesu A B = 3·1 cm., B C = 5·3 cm., A C = 7·5 cm.

Dvije dužine stoje u omjeru 4 : 5, kolika je prva, ako je druga 60 cm.? —

Dužina u naravi ima 645 m., kolika će biti na nacrtu, koji je rađen po mjerilu 1 : 7500?

Paris je od Berlina udaljen 880 km., po kojem je mjerilu rađen zemljovid, na kojem su oba mjesta udaljena 20 cm.?

Nacrt $A_1 B_1 C_1$ trokutasta zemljišta imade stranice $A_1 B_1$ = 3·8 cm., $B_1 C_1$ = 3·2 cm., $A_1 C_1$ = 1·9.; kolike su ostale stranice zemljišta, ako je A B = 100 m.? —

8. *Prikraćena piramida.* (8. *razred*).

A. Postanak.

I. Vi se valjda sjećate prikraćene piramide. — U kom ste razredu učili o njoj? — Kako postaje prikraćena piramida? — To ću vam pokazati. I učitelj prereže pred djecom četverostranu piramidu od repe, ilovače itd. — Što sam učinio od piramide? Kako se zove dônji dio ove prerezane piramide? (Prikraćena piramida). Kako gornji dio? (Odrezana piramida).

III. Da izbliže promotrimo prikraćenu piramidu! — Kakav položaj ima ploha reza prema osnovci? (Usporedne su). — Jesu li obje plohe jednake? — A da kakve su? (Slične). — Zbog svega toga nazivamo ih dônja i gornja osnovka.

Kakva su oblika postrane plohe? (Simetrični, kongruentni trapeci). — Koliko ih ima ova prikraćena piramida? — Kako se stoga naziva? (Četverostrana prikraćena piramida).

Koliko bridova ima ova prikraćena piramida? — Jesu li svi jednaki? — Koliko ih vrsta imade? (Bridovi na dônjoj, na gornjoj osnovci i postrani bridovi). Koliki su bridovi na dônjoj, koliki na gornjoj osnovci, koliki su postrani bridovi među sobom? — Zašto? — Kakav položaj imadu bridovi na osnovkama? — Kakav položaj imadu postrani bridovi? —

Koliko uglova ima ova prikraćena piramida? — Koliko se ploha sastaje u svakom uglu? — Koja je njezina visina? —

Što sačinjava plašt? (Četiri trapeca). Što sačinjava površinu? — Što sačinjava usebinu? —

III. Može li se od svake piramide načiniti prikraćena piramida? — Kako se onda naziva? (Peterostrana itd.).

Mora li biti ploha reza uvijek usporedna osnovci? (Ne mora, može biti i kosa). — S takovim prikraćenim piramidama ne ćemo nigda imati posla, i kadgod budemo govorili o prikraćenoj piramidi, uvijek ćemo imati na umu, da su obje osnovke usporedne.

Prispodobite trostranu itd. prikraćenu piramidu s trostranim itd. bridnjakom! — Kakve su im osnovke? — Kakve su im postrane plohe? itd.

IV. Što je prikraćena piramida? (Tijelo, koje se dobije, ako se od piramide odreže vrh).

V. Upotrebljava li se prikraćena piramida u životu? — (Mnogim stvarima daje se oblik prikraćene piramide: jami, nogama od stola, naćvama itd.)

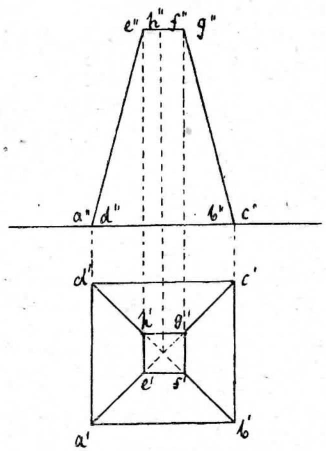
B. Projiciranje.

I. Sada ćemo pokušati projicirati prikraćenu piramidu, koja je okrenuta vama jednom postranom plohom. — Na koje se ravnine izvodi projekcija? — Kako se dobije tlocrt? (Kad se gleda ravno odozgo na piramidu). Kako nacrt? (Kad se gleda na piramidu ravno sa strane). Čime se pomažemo crtajući projekcije? (Okomicama).

II. Šta su osnovke ove prikraćene piramide? (Četvorine). Što joj je dakle tlocrt? (Četvorina s dvokutnicama, a u sredini gornja osnovka kao manja četvorina. — Nacrtaj osovinu prometnih ravnina! — Koju ćeš osnovku najprije crtati? (Donju). Kako stoji osnovka piramide prema osovini? (Usporedno). Koliko joj je duga svaka stranica? — Koliko je udaljena od osovine? — Nacrtaj sada tlocrt donje osnovke! —

Sto ćeš sad crtati? (Gornju osnovku). Kolika joj je svaka stranica? — Kako ćeš nacrtati njezin tlocrt? (Pokazuje sl. 11.; a′ d′ = 6 cm., g′h′ = 1·5 cm. ili s pomoću sličnosti trokuta). — Sada smo gotovi s tlocrtom. (Sl. 12.)

Kako ćemo crtati nacrt? (S pomoću prometača). Šta ćemo najprije projicirati? (Visinu). Kako? (Ako povučemo osovnicu na nacrtnu ravninu iz vrha tlocrta, t. j. iz presjecišta dvokutnica). Čemu ta osovnica? (Na nju se prenese visina prikraćene piramide i povuče usporednica s osovinom, koja predočuje ravninu reza). Kako ćemo označiti nacrte osnovaka? (Ako povučemo prometače za dônju osnovku do osovine, a za gornju do usporednice, koju smo povukli u visini prikraćene piramide. Sastavimo li krajeve obiju osnovaka ili pravije njihovih projekcija, tada je nacrt prikraćene piramide gotov).



Sl. 12.

III. Može li prikraćena piramida imati drugojačiji položaj prema ravninama projekcije? — Recite kakav? — Hajde da nacrtamo projekcije — prikraćene piramide, kad joj jedan brid dônje osnovke čini s osovinom kut od 45°.

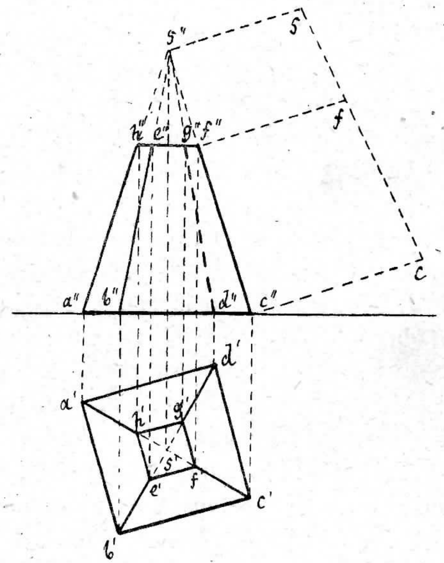
Nacrtajte projekcije 3. str., 4. str., 5. str., 6. str. prikraćene piramide, kojima su bridovi na dônjoj osnovci 3·3, 2·4, 2·2 i 2·6 cm., bridovi na gornjoj osnovci 1·9, 1·3, 1·1 i 1·4 cm., a visine 6·7, 6·5, 6·4 i 6·2 cm! — Položaj uzmite po volji!

C. Crtanje mreže.

I. Kako se dobije mreža uglasta tijela? — Može li se na isti način dobiti i mreža ove prikraćene piramide? — (Učitelj pokaže djeci prikraćenu piramidu od ljepenke,

koja se dade razastrijeti u ravninu, i raširi joj plohe u ravninu). Je li tako? —

II Da pokušamo bismo li mogli nacrtati mrežu prikraćene piramide iz njenih projekcija. — Koje su prave dužine na tlocrtu? (Bridovi osnovaka. — Ovdje imamo na umu već projiciranu prikraćenu piramidu). — Odakle ćemo uzeti postrane bridove? (S nacrta). Je li im dužina prava? — Zašto nije? — A bismo li je mogli naći? (Bismo, s pomoću prometača). Kako s pomoću prometača? (Ako na krajevima nacrta postranih bridova osovimo osovnice, pa na njih prenesemo nacrtne prometače iz vodoravne ravnine, pa ako krajeve osovnica spojimo, nađemo pravu dužinu postranih bridova.) Zašto nacrtne prometače nalazimo u horizontalnoj ravnini? (Jer se projekcije njihove nalaze u vodoravnoj ravnini). A je li njihova dužina prava? (Jeste). (Sl. 13).



Sl. 13.

Pogled na razastrti plašt prikraćene piramide kaže djeci, da moraju ponajprije nacrtati mrežu plašta potpune piramide, pa na njezine postrane bridove jednostavno prenijeti duljinu postranih bridova prikraćene piramide. — Ako sada gore i dolje nacrtaju osnovke, mreža je gotova.

Pa čemu nam mreža? (Da sastavimo prikraćenu piramidu). Je li ovako? (I učitelj sklopi piramidu i kaže djeci, kako će to i ona uraditi).

III. Nacrtaj projekcije i mrežu 5 str., 6 str. prikraćene piramide, ako je 4·8, 6·5 cm. visoka, brid na donjoj osnovci 3·8, 4·8 cm. na gornjoj 1·9, 2·6 cm. dugačak, i ako je dônja osnovka jednim bridom usporedna s osovinom i od nje udaljena 0·4, 0·9 cm!

D. Proračunavanje plašta.

I. Što je plašt tijela? (Površina postranih ploha). Što su postrane plohe ove prikraćene piramide? — Koliko ih je? — Kako se proračuna površina trapeca? —

II. Kako ćemo dakle proračunati plašt ove prikraćene piramide? — (Ako najprije proračunamo površinu jednoga trapeca, pa je uzmemo četiriputa). Učinite tako! — (Izmjereni brid na dônjoj osnovci dugačak je 6 cm., na gornjoj 3 cm., visina postrane plohe 5 cm., — dakle $[(6+3)\frac{5}{2}]4 = 90$ cm².).

III. Možemo li promijeniti faktore? — Promijenite! $4[(6+3)\frac{5}{2}]$. Kako će izgledati, ako ispustimo uglastu zagradu? $4(6+3)\frac{5}{2}$. Obavite prvu množidbu! $(4\times6+4\times3)\frac{5}{2}$.

Kakvi su likovi osnovke? — Kolike su im stranice? (Donje 6, a gornje 3 cm.). Šta su prema tomu produktu 4×6 i 4×3? (Opsezi osnovaka).

Pročitaj formulu $(4\times6+4\times3)\frac{5}{2}$? (Opseg dônje osnovke više opseg gornje osnovke umnožen polovicom visine jedne postrane plohe ili kraće: Zbroj opsega obiju osnovaka umnožen itd.). Kako ćemo to općeno označiti? $\left(p = (n\ Op + n\ op)\frac{v}{2}\right)$.

IV. Kako se dakle proračuna plašt prikraćene upravne pravilne piramide? —

V. Kolik je plašt 3 str., 4 str. prikraćene piramide, ako su bridovi na osnovkama B = 5·3 i 8·6 cm., b = 3·4 i 5·6 cm., a visine pobočne plohe 3·2 i 5·2 cm.? —

E. Proračunavanje površine.

I. Što sačinjava površinu prikraćene piramide? (Plašt i osnovke). Kako se proračuna plašt? — Kakvi su likovi osnovke? — Kake se proračuna površina četvorine? —

II. Kako ćemo proračunati površinu ove prikraćene piramide? (Ako plaštu dodamo površine obiju osnovaka). Računaj! $(90 + 36 + 9 = 135$ cm²).

III. Kako ćeš to općeno označiti? —

$$\left(P = (n\ Op + n\ op)\frac{v}{2} + O + o\right).$$

IV. Kako se dakle proračuna površina prikraćene upravne piramide? —

V. Izračunaj površinu četverostrane prikraćene upravne piramide, kojoj su osnovke pravokutnici, pa ako su protege dônje osnovke 8 i 6 m., protege gornje osnovke za $^1/_3$ manje, a visina postrane plohe 5 m.?

Kolika je površina šesterostrane prikraćene upravne piramide, ako su bridovi na osnovkama B = 4·8 dm., b = 2·8 dm., a visina postrane plohe v = 3·6 dm.? —

F. Proračunavanje usebine.

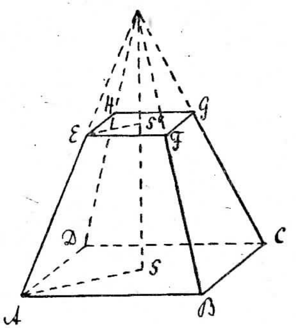
Što se naziva usebina tijela? — Kako se izračuna usebina potpune piramide? — Koje protege četverostrane piramide moramo poznati, da možemo izračunati usebinu? (Visinu piramide i brid na osnovci).

II. Kako ćemo saznati za usebinu prikraćene piramide? — (Ako od usebine potpnne piramide odbijemo usebinu odsječene piramide). — Označi to općeno! —

$$\left(U = O\frac{V}{3} - o\frac{v}{3}\right).$$

A možemo li proračunati usebine ovih piramida? — Zašto ne? (Jer ne poznamo njihovih visina). Šta moramo dakle najprije tražiti? —

Koje su protege ove prikraćene piramide poznate? (Bridovi na osnovkama 6 i 3 cm. i visina 5 cm). — Pokušat ćemo, ne bismo li iz njenih protega mogli pronaći visine odrezane i potpune piramide. — Nacrtaj peršpektivno prikraćenu piramidu i nadopuni je! Označi visine obiju piramida: odsječene i potpune! (S V i S' V). (Sl. 14.).



Sl. 14.

Pa kako ćemo sad naći njihove visine? Što moramo uzeti u pomoć? (Sličnost trokuta.) Koji su trokuti slični? (A B V i E F V). Koji razmjer postoji tu? (A B : E F = A V : E V). Bismo li visine piramida mogli dovesti u svezu s tim razmjerom? (Ako sastavimo A i S, pa E i S'). Koji razmjer postoji tu? (S V : S' V = A V : E V). Mogu li se sliti ovi razmjeri? Učini to! (A B : E F = S V : S' V). Koje imenovanje pripada članovima ovoga razmjera? — Pa možemo li ih zamijeniti njihovim imenima? Zamijeni! (B : b = V : v'). Možemo li iz ovoga razmjera pronaći obje visine? (Ne možemo, jer su obje nepoznate). Možemo li se kako pomoći? — (Možemo.) — Šta je visina potpune piramide, ako visinu odsječene piramide označimo sa X? (v + X). — Možemo li i sad zamijeniti? — Zamijenite! (B : b = v + X : X). Računaj koju hoćeš visinu! (Ne mogu). Zašto ne? (Jer X dolazi u 3. i 4. članu). Možemo li ga iz kojega člana ukloniti? (Mogli bismo iz trećega). Kako? (B — b : = v + X — X : X, a kad se treći

član stegne B — b : b = v + X : X). Sad možemo naći $X = \frac{b\ v}{B - b,}$ i to je visina odsječne piramide. Kako ćeš saznati visinu potpune piramide?

$$\left(V = v + \frac{bv}{B - b} = \frac{Bv - bv + bv}{B - b} = \frac{Bv}{B - b}\right).$$

Sad izračunaj obje visine! (V = 10, v = 5 cm.).

Izračunaj dakle usebinu prikraćene piramide!

$$\left(\frac{36 \times 10}{3} - \frac{9 \times 5}{3} = 120 - 15 = 105 \text{ cm.}^3\right).$$

III. Kako ćemo to općeno označiti?

$$\left(U = \frac{O.}{3}\ \frac{Bv}{B - b} - \frac{o.}{3}\ \frac{bv}{B - b} = \frac{1}{3}\left(\frac{O\,B\,v}{B - b} - \frac{o\,b\,v}{B - b}\right) = \frac{v(O\,B - o\,b)}{3(\ B - b)}\right).$$

Dade li se ta formula lako izgovoriti? —

Računaj po toj formuli!

$$\left(\frac{5(36 \times 6 - 9 \times 3)}{3 \times 3} = \frac{5(216 - 27)}{9} = \frac{5 \times 189}{9} = \frac{945}{9} = 105 \text{ cm.}^3\right).$$

Po kojoj se formuli brže računa? (Kod lakših slučajeva po prvotnoj, kod zapletenijih po skraćenoj).

IV. Kako se dakle proračuna usebina upravne prikraćene piramide? —

V. Kolika je usebina pravilne prikraćene četverostrane piramide, ako su opsezi osnovaka Op = 1·56 dm., op = 1·12 dm., a visina 0·68 m.? —

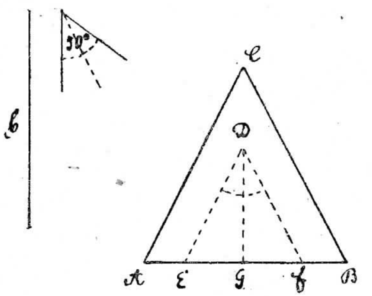
Trostrana pravilna upravna prikraćena piramida visoka je 1·26 dm., bridovi na osnovkama dugački su B = 0·82 dm., b = 0·42 dm.; koliko vode stane u takovu posudu? —

Proračunaj usebinu prikraćene četverostrane piramide, ako je dônja osnovka 12·6 m.², gornja 3·96 m.² velika, a visina joj je 4·2 m! —

9. *Konštruktivne zadaće iz geometrije.*

A. Neka se nacrta istokračan trokut, ako je zadan krak b = 2·9 cm. i kut na vrhu C = 50°. (Šesti razred.)

I. Možemo li u ovom dogadjaju sastaviti trokut? (Možemo). Zašto? (Jer imamo dvije stranice i među njima kut). Kako to dvije stranice? (Jer s ovom zadana je i druga, budući da su obje jednake).



Sl. 15.

II. Što ćemo najprije nacrtati? (Kut na vrhu). A onda? (Zadani krak prenijeti na krakove kuta). Što se dobilo time? (Osnovka i oba priležeća joj kuta). I trokut je gotov.

III. Ako se istokračan trokut mora sastaviti na vodoravnom pravcu A B, kako ćemo onda raditi? — Što moramo tu uzeti u pomoć? (Visinu istrokračnoga trokuta). Zašto? (Jer ona raspolavlja kut na vrhu). Kako ćemo dakle raditi? (Povući ćemo na vodoravnome pravcu osovnicu, na toj osovnici bilo u kojoj mu drago točki, n. pr. D prenijeti polovicu zadanoga kuta C s jedne i s druge strane njezine, i tako dobijemo istokračan trokut E D F, koji ima na vrhu zadani kut C. Ako sada u točki A povučemo usporednicu prema E D i na nju prenesemo zadani krak b, pa iz točke C istim krakom presiječemo u B vodoravni pravac, dobijemo zahtijevani trokut).

IV. Kako se dakle s ovim komadima konštruira istokračni trokut u prvom, a kako u drugom događaju? —

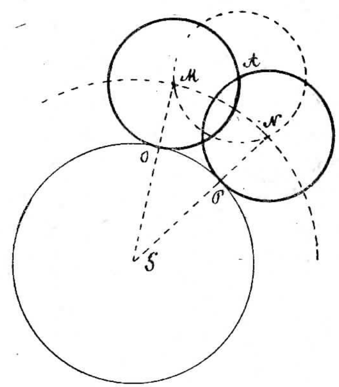
V. Sastavi istokračan trokut, ako je zadano

1. osnovka a = 9·5 cm. i kut na vrhu 100°;
2. krak b = 7·6 cm. i kut na osnovci a = 75°!

B. Zadanim polumjerom r = 0·9 cm. nacrtaj kružnicu, koja dira kružnicu K (r = 1·6 cm.) i ide točkom A, koja je od zadane kružnice udaljena 1·3 cm. (VI. razred).

I. Što ćemo ovdje uzeti u pomoć? (Geometrijska mjesta).

II. Što je geometrijsko mjesto kružnica, koje idu točkom A? (Kružnica opisana iz točke A). A što će biti geometrijsko mjesto kružnica, koje diraju zadanu kružnicu K? (Kružnica opisana iz središta zadane kružnice).



Sl. 16.

III. Kolik mora da bude polumjer kružnice, koju ćemo opisati iz točke A? (Kolik je i zadani). Zašto? (Jer svaka kružnica, koja ima središte na toj kružnici, ide točkom A). A kolik mora da bude polumjer drugog geometrijskoga mjesta? (Kolik i polumjer obiju kružnica). — Opišite dakle obje kružnice! — Gdje su sad središta traženih kružnica? (Točke M i N). Zašto? (Jer će kružnice opisane iz tih točaka dirati zadanu kružnicu i prolazit će točkom A). Koliko kružnica odgovara dakle zadaći? Koje su dirališta? (O i P). Zašto? —

*

IV. Što ćemo dakle raditi, da riješimo tu zadaću? (Iz točke A opisat ćemo kružnicu sa zadanim polumjerom, a s polumjerom $R + r$ iz središta zadane kružnice drugu kružnicu; sjecišta tih kružnica središta su onih kružnica, koje odgovaraju zadaći).

V. To je samo jedan slučaj ove zadaće. Ostale ćete valjda znati i sami pogoditi. Evo ih:

Zadanim polumjerom a) $r = 1·9$ cm., b) $r_1 = 1·7$ cm. nacrtaj kružnicu, koja dira zadanu kružnicu a) $R = 2·3$ cm. b) $R_1 = 2·1$ cm. i ide točkom A, koja je a) 2·8 cm. b) 4 cm. od zadane kružnice udaljena!

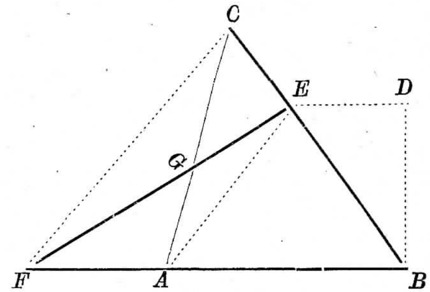
C. Neka se trokut ABC pretvori u drugi s manjom visinom! (Sedmi razred). AB = 5·6 cm. BC = 6·9 cm., AC = 5·1 cm., v = 3·5 cm.

I. Koji su trokuti površinom jednaki? — Koji imadu istu osnovku i istu visinu). A kad jedan od tih trokuta ima manju visinu, kolika mu mora biti osnovka? (Dulja).

II. Kako smo do sada obavljali pretvaranje likova? (Kad smo od zadana lika odrezali jedan komad, pa ga samo drugojačije dodali ostalomu dijelu istoga lika). — Hoćemo li to i ovdje uraditi? Kakvi su po podobi svojoj bili ti dijelovi, koje smo odrezivali i dodavali? (Kongruentni). Hoće li i ovdje biti kongruentni? (Ne će). Zašto? (Jer se kongruentnošću tih komada ne da obaviti pretvorba). — Djeca će možda tvrditi, da će ti komadi i ovdje biti kongruentni. Neka kušaju, valjda će im pasti na um, da se ta pretvorba može obaviti samo s pomoću trapeca. — Glavno je dakle pomoći im sastaviti trapec.

III. Kako ćemo odrediti visinu, ili što je isto vrh novoga trokuta? (Ako u točki B povučemo osovnicu, na nju prenesemo visinu i u točki D povučemo usporednicu s osnovkom AB, i tako pronađemo vrh E novoga trokuta). Što će biti stranica AC u trapecu, koji nam valja sastaviti? (Dijagonala). Odakle će izlaziti stranica novoga trokuta? (Iz točke E). Što će ona biti u trapecu? (Također dijagonala). Koje dakle stranice trapeca moramo pronaći? (Usporedne). Imamo li možda već jednu? (Imamo AE). Zašto? (Jer iz točaka A i E idu dijagonale trapeca). Povuci drugu! (CF).

Koji je taj novi trokut? (BEF). Zašto je jednak zadanomu trokutu ABC? (Jer je trokut GEC jednak trokutu AGF; četverokut ABEG pripada obima trokutima, dakle ABEG + GEC = ABEG + AGF, ili ABC = BEF.



Sl. 17.

IV. Kako se dakle obavi ta pretvorba? (U točki B povuče se ponajprije okomica i na nju prenese zadana visina; u točki D povuče se usporednica s osnovkom trokuta, koja reže stranicu BC u točki E, koja je vrh novoga trokuta; ako točke A i E spojimo, pa prema tomu pravcu povučemo usporednicu iz vrha C, koja će produženu osnovku zadana trokuta sjeći u točki F; spojimo li točke F i E, dobijemo trokut BEF, koji je jednak zadanomu trokuta ABC).

V. Neka se trokut:

1. DEF pretvori u drugi s većom visinom. DE 5·4 cm., EF = 3·7 cm., DF = 4·6 cm., v = 5·2 cm.

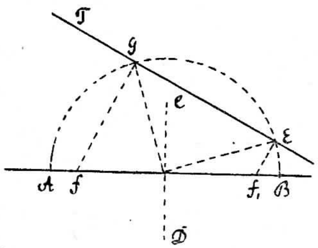
2. GHI pretvori u drugi s duljom osnovkom. GH = 2·9 cm., HI = 5·4 cm., GI = 6·2 cm., o = 4·1 cm.

3. KLM pretvori u drugi s kraćom osnovkom. KL = 5·7 cm., LM = 3·6 cm., KM = 4·2 cm., o = 3·8 cm.

D. Neka se konštruira elipsa, ako su zadana oba žarišta (F F = 2·5 cm.) i jedna tangenta elipse. (VIII. razred).

I. Što nam mora biti poznato, da možemo konštruirati elipsu? (Velika osovina i žarišta). Zašto? —

II. Možemo li ovdje konštruirati elipsu? (Ne možemo, jer ne poznamo velike osovine). Što nam je dakle prva zadaća? (Da nađemo veliku osovinu). Može li se pronaći na osnovu zadanih podataka? (Može, jer znamo, da nožište okomice, koja se sa žarišta spusti na tangentu, leži na kružnici, koja je opisana preko velike osovine).



Sl. 18.

Kako ćemo dakle naći veliku osovinu? (Ako s kojega mu drago žarišta spustimo osovnicu na tangentu, pa s polumjerom S E (ili S G). Možemo li sad konštruirati elipsu? (Možemo).

IV. Kako ćemo dakle riješiti ovu zadaću? —

V. Konštruiraj elipsu, ako je zadano:

1. žarište F, smjer velike osi i dvije tangente;

2. vrh velike osi B, žarište F i jedna tangenta;

3. žarište F, dvije tangente i diralište na jednoj tangenti!

10. Računske zadaće iz geometrije.

A. Kolik je opseg četvorine, koja je jednaka pravilnomu šesterokutu sa stranicom s = 4·5 cm.! (VII. razred).

I. Što je opseg četvorine? (Zbroj sviju stranica). Poznajemo li stranicu? (Ne poznamo). Možemo li dakle

računati opseg četvorine? (Ne možemo). A da šta ćemo? (Tražit ćemo stranicu).

II. Možemo li stranicu odmah izračunati? (Ne možemo). Zašto ne? (Jer nam nije poznata površina četvorine). Ta što veli zadaća? (Da je četvorina kolik i šesterokut).

III. A koliki je šesterokut? (Ne znamo; moramo tekar tražiti). Kako? (Ako najprije izračunamo površinu jednog istostranoga trokuta). Zašto? — Računaj! —

$$\left(P \triangle = \frac{4{\cdot}5^2}{4}\sqrt{3} = 5{\cdot}0625 \times 1{\cdot}732 = 8{\cdot}77 \text{ cm.}^2\right).$$

Pa što sad? (Ovu površinu trokuta pomnožiti sa 6). Pa dede! ($8{\cdot}77 \times 6 = 52{\cdot}62$ cm.^{2}, a tolika je i površina četvorine). A stranica? ($s = \sqrt{52{\cdot}62} = 7{\cdot}255$ cm.) A opseg? ($o = 7{\cdot}255 \times 4 = 29{\cdot}02$ cm.).

IV. Kojim smo dakle načinom riješili ovu zadaću? —

V. 1. Kolika je površina četvorine, kojemu je dijagonala 4·8 cm.?

2. Koliko stoji plot okrugla vrta s promjerom 21 m., ako se za m. plota plati 2 kr.?

3. Kolika je razlika između površina kruga i upisana mu pravilna šesterokuta, ako je polumjer kruga 7 cm.? —

B. Treba da se zgotovi valjkasta posuda od 1 l. s unutrašnjim promjerom d = 10·84 cm., kolika će joj biti visina? (VIII. razred).

I. Kako se izračuna usebina valjka? ($U = r^2 \pi v$). Kad je poznata usebina i polumjer osnovke, može li se naći visina? $\left(\text{Može, } v = \frac{U}{r^2 \pi}\right)$.

II. Što traži ova zadaća? (Da se izračuna visina posude). Pa može li se izračunati? — Djeca će možda zbu-

niti, što je usebina označena litrom. Tada im treba dozvati u pamet, da 1 dm.^{3} drži 1 l. —

III. Imaš li sada sve, što je nužno za računanje? (Imam). Pa deder računaj! ($r = 5{\cdot}42$, $r^2 = 29{\cdot}3764$, $r^2\pi = 91{\cdot}28$ ($\pi = 3{\cdot}1415$), $v = 1000 : 91{\cdot}28 = 10{\cdot}957$ cm.).

IV. Kojim si dakle putem išao, dok si došao do odgovora?

V. 1. Za vodovod, koji je 1848 m. dug, treba olovne cijevi s premjerima D = 18 cm., d = 10 cm.; koliko će stajati cijevi, ako 1 dm.^{3} olova važe 11·35 kg., a 1 kg. olova stoji 80 fil.? —

2. Krov na zvoniku kvadratična je piramida, kojoj je brid na osnovci 2·6 m. a postrani brid 18·4 m.; koliko stoji lim za pokrivanje, ako 1 m^2 lima stoji 1·44 kr., a zbog spajanja móra se uzeti 4% više lima? —

SADRŽAJ.

NAKLADA

HRV. PEDAGOŠKO-KNJIŽEVNOGA ZBORA.

A) Knjige za učitelje.

(Sa zvjezdicom (*) označene knjige rasprodane su.)

	Broširano	Vezano.
1. **A. Komenski*: Didaktika 1871.	—.—	—
2. **M. Stojanović*: Zablude uzgoja 1873. . . .	—.—	—
3. **Bernstein*: Pogled u ludžbu. Preveo Đ. Ester 1874.	—.—	—
4. **Stj. Basariček:* Kratko iskustveno dušoslovje 1876. I. izdanje	—.—	—
5. **Stj. Basariček*: Kratko iskustveno dušoslovje 1879. II. izdanje.	—.—	—
6. **Klenke*: Školska dijetetika 1878.	—.—	—
7. **M. Kobali*: Zorna obuka 1879.	—.—	—
8. *Stj. Basariček*: Pedagogija I. dio. Nauka o uzgoju. IV. izdanje 1896.	1.—	1.20
9. *Stj. Basariček*: Pedagogija II. dio. Opće obukoslovlje III. izdanje 1897.	—.80	1.—
10. *Stj. Basariček*: Pedagogija III. dio. Posebna nauka o obuci II. izdanje 1895. . .	1.60	1.80
11. **Stj. Basariček*: Pedagogija IV. dio. Povjest pedagogije II. izdanje 1895.	—.—	—
12. *Drag. Hirc*: Slike iz hrvatske cvjetane. Sa 113 slika 1880.	—.60	75
13. *M. Stojanović:* Milan Dragojević. Pedag. pripov. 1882.	—.80	—
14. **Dav. Trstenjak*: Školski vrt 1883.	—.—	—

	Broširano	Vezano.
15. *Herb. Spencer*: Nauk o uzgoju. Preveo I. Širola 1883.	1.—	—
16. *V. Adamović:* Gragja za povijest dubrovačke pedagogije 1885. I. dio	—.50	—
17. *V. Adamović*: Gragja za povijest dubrovačke pedagogije 1899. II. dio	—.—	85
18. **Fr. Kuhač:* Pjevanka 1885.	—.—	—
19. *Gj. Kuten*: Metodika prostoručnoga crtanja 1885.	—.50	—
20. *A. Komenski:* Informatorium. Preveo V. Z. Mařik 1886.	—.20	—
21. *N. Tomaseo*: Misli o uzgoju. Preveo Šk. Fapković 1887.	—.50	—
22. *I. Rousseau*: Emil ili o uzgoju. Preveo I. Širola. I. dio 1887.	—.80	—
23. *I. Rousseau*: Emil ili o uzgoju. Preveo I. Širola II. dio 1888.	—.80	—
24. *I. Rousseau*: Emil ili o uzgoju. Preveo I. Širola. III. dio 1889.	—.80	95
25. *I. Pestalozzi*: Miroslav i Bogoljuba. Preveo I. M. Harámbašić. I. dio 1891.	—.90	—
26. **M. Kobali*: Zorna obuka prema form. stupnjevima 1891.	—.—	—
27. *I. Klika*: Život i rad I. A. Komenskoga. Preveo V. Z. Mařik 1892.	1.—	1.15
28. *M. Kobali:* Rukovođ za estetičko-etična štiva u pučkoj školi 1893.	1.—	—
29. **Fr. Rabelais:* Misli o uzgoju. Preveo I. Širola.	—.—	—
30. Dr. *Đ. Turić*: Rukovođ za prirodozn. obuku. Sv. I. 1894.	1.20	—
31. *Dr. *Đ. Turić*: Rukovođ za prirodozn. obuku. Sv. II. 1895.	—.—	—
32. Dr. *Đ. Turić*: Rukovođ za prirodozn. obuku. Sv. III. 1898..	1.20	1.35
33. *A. Cvijićeva*: Rukovođ za zabavište 1895. . .	—.—	1.—
34. *A. Mosso*: Tjelesni uzgoj mladeži. Preveo I Širola 1896.	—.80	95
35. *J. Bernadzikowska-Belovićeva*: Iskrice iz svjetske književnosti 1896	—.80	1.—

	Broširano.	Vezano.
36. *D. Trstenjak*: Život i rad Ivana Filipovića 1897.	1.20	1.35
37. *S. Končar*: Rukovođ za geometrijsku obuku .	—.—	—.—
38. *Basariček, Ivkanec, Modec*: Pedagogijska enciklopedija. Knjiga I. Sv. 1895. Sv. II. 1896. Sv. III. 1897. Sv. IV. 1898. po	—.60	—

B) Knjige za mladež.

	Broš.	Kart.	Fini uvez
1. **Filipović:* Jagodnjak. Pjesme i pripovijetke 1878.	—.—	—.—	—.—
2. **Stojanović:* Narodne pripovijetke 1879.	—.—	—.—	—.—
3. **Franjo Josip I.*: 1879. Četiri izdanja	—.—	—.—	—.—
4. *D. Trstenjak*: Dobra kućanica. IV. izdanje 1897.	—.—	—.—	—.75
5. **Gal:* Uzor-djevojka 1881.	—.—	—.—	—.—
6. *Izabrane basne 1881.	—.—	—.—	—.—
7. **D. Trstenjak*: Savka i Stanko 1882. .	—.—	—.—	—.—
8. *Izabrane pripovijetke 1882.	—.—	—.—	—.—
9. *I. Klobučar*: Učitelj u Jabukovcu 1883.	—.—	—.20	—.—
10. *Dragušice: Pripoviječice i pjesmice za malu djecu 1884. . . , . .	—.—	—.—	—.—
11. **Sk. Fapković*: Pučke priče za odraslu mladež 1884.	—.—	—.—	—.—
12. *D. Trstenjak*: U radu je spas. 1885.	—.—	—.30	—.—
13. *J. Tomić*: Sijelo za zabavu i pouku I. knj. 1887.	—.—	—.20	—.—
14. *J. Tomić*: Sijelo za zabavu i pouku II. knj. I. svezak 1888.	—.10	—.—	—.—
15. *J. Tomić:* Sijelo za zabavu i pouku III. knj. II. svezak 1889. . . .	—.10	—.—	—.—
16. *Kr. Šmid:* Pisanice. 1888	—.—	—.15	—.25
17. *Kr. Šmid*: Božja providnost 1888. . .	—.—	—.15	—.25
18. *Kr. Šmid:* Badnjak 1888.	—.—	—.15	—.25
19. *Kr. Šmid*: Golubica i kanarinac 1889.	—.—	—.15	—.25
20. *Kr. Šmid*: Košarica cvijeća 1889. . .	—.—	—.20	—.30
21. *Kr. Šmid*: Ružica okićka 1890. . . .	—.20	—.25	—.35
22. *Kr. Šmid*: Janješce. 1890.	—.10	—.15	—.25
23. *Kr. Šmid*: Hmeljevi cvijeci. Trešnje 1892.	—.15	—.20	—.25

	Broš.	Kar.	Fini uvez
24. *Kr. Šmid*: Mali uskok. Slika Bogorodičina. Ptičje gnijezdo 1892.	—.15	—.20	—.25
25. *Drag. Hirc*: Lijepa naša domovina. I. svezak 1891.	—.50	—.—	—.65
26. *Drag. Hirc*: Lijepa naša domovina. II. svezak 1893.	—.40	—.—	—.55
27. *Dubin i Matagić*: Kameno srce. Davorin Valjanić. 1894.	—.20	—.—	—.30
28. *J. Truhelkina*: Tugomila 1894. . . .	—.20	—.—	—.30
29. *D. Trstenjak*: Ljubičice 1895. . . .	—.15	—.—	—.25
30. *Vj. Koščević*: Sretni kovač 1895. . .	—.15	—.—	—.25
31. *Smiljan*: Izabrane basne sa slikama 1896.	—.40	—.—	—.50
32. *Jos. Milaković*: Izabrane pjesme za mladež 1896.	—.30	—.—	—.45
33. *Jul. Kempf*: Od Save do Adrije Bonom i Hercegovinom 1898. . . .	—.50	—.—	—.70

Sve su ove knjige vrlo prikladne za nagrade školskoj djeci, pa se zato najtoplije preporučuju.

Škole, ako pristupe kao utemeljiteljni članovi „Hrv.-pedag. književ. zboru,“ dobijaju odmah sve ove knjige, što su navedene pod A i B, u koliko ih jošte imade u zalihi (Basariček: Pedagogiju uz pol cijene), a dalje dobijaju sve spise, što ih društvo izdaje. Škole, općine, knjižnice i ine moralne osobe plaćaju članarine 25 for., a pojedine osobe 15 for. Ova članarina polaže se na jedanput ili u godišnjim obrocima po 5 for.

Podupirajući članovi plaćaju na godinu 1 for., a primaju knjige od one godine, za koju uplate članarinu.

C) Sjajna izdanja za mladež.

	Vezano.
1. *Kr. Šmid*: Izarane pripovijetke za mladež. S krasnim slikama u bojama. U 4-tini na finom papiru I. sv. 1888.	—.60
2. *Kr. Šmid*: Izabrane pripovijetke II. sv. 1889 . . .	—.60
3. *Kr. Šmid*: Izabrane pripovijetke III. sv. 1890. . . .	—.60
4. *Kr. Šmid*: Izabrane pripovijetke IV. sv. 1892. . . .	—.60

U svakoj od ovih sveska imade nekoliko pripovijedaka.

D) Posebna naklada knjiga hrv. ped. knjiž. zbora.

	Broš.	Vez.
1. *M. Jambrišakova*: O ženskom uzgoju 1892. .	—.20	—.—
2. Zakon školski od god. 1874. i rasprava o njemu u hrv. saboru 1874.	—.15	—.—
3. Revizija škol. zakona od god. 1874.—1883. . .	—.20	—.—
4. Predavanja držana u sjednicama hrv. ped.-knjiž. zbora I. sv. 1878.	—.30	—.—
5. *Đ. Kuten*: Pouka u mjerstvu za V. i VI. razred v. djev. uč. II. izd. 1894.	—.35	—.—
6. **Sk. Fapković*: Metrički sustav		
7. Statistika narodnjega školstva u Hrv. Slav. i Dalm. 1875.	—.10	—.—
8. *Lj. Modec*: Gdje je istina, a gdje neistina? 1894.	—.25	—.—

E) Časopisi.

1. *Napredak*, Časopis za učitelje, uzgajatelje i prijatelje mladeži XL. tečaj. Izlazi mjesečno četiri puta. Uređuje prof. Stj. Basariček. Cijena godišnja 5. for.

2. *Smilje*, List sa slikama za mladež XXVII. tečaj. Izlazi svakoga mjeseca u školskoj godini. Uređuje prof. Tomislav Ivkanec. Cijena godišnja poštom 60 novč.. a za domaće 50 novč.

Smilje, različni tečajevi ukusno vezani po 60 novč.

F) Djela, koja se jošte dobijaju kod hrv. ped.-knjiž. zbora.

	Broš.
1. *O. F. Tomiković*: Život Petra Velikoga, cara Rusije .	—.50
2. Dr. *B. Šulek*: Prirodni zakonik	—.30
3. I. opća hrv. učiteljska skupština 1871.	—.50
4. II. opća hrv. učiteljska skupština 1874.	—.50
5. III. opća hrv. učiteljska skupština 1878.	—.50
6. *Fr. Šuller*: Školstvo Evrope i Amerike na bečkoj svjetskoj izložbi 1873.	—.20
7. *Lj. Dlustuš*: Uzgojne prilike u drevnoj Ateni . . .	—.60
8. *I. Belović-Bernadzikowska*: Naša omladinska literatura	—.20
9. *J. Kempf*: Novi listovi iz Afrike	—.25

	Broš.
10. *J. Kempf:* Život i rad I. Pestalozzija.	—.10
11. *S. Frangeš*: Naputak o uporabi uspravnoga pisma. (S primjerom slova i sedam slika).	—.10

Nadalje dobijaju se i ova učila:

Uzorni alfabeti uspravnoga pisma za latinicu, ćirilicu i njemačko pismo od S. Frangeša. Sa 5 uzoraka pisma. Cijena 5 nvč.

Uzorni alfabeti uspravnoga pisma za latinicu i ćirilicu od S. Frangeša. Sa 2 uzorka pisma. Cijena 3 novč.

Celuloidne pločice od S. Frangeša. Komad 5 novč.